Задачи на движение и работу

(1) Сначала рассмотрим **простейшие задачи с однородными величинами** на составление уравнений, изучаемые в 6-ом классе. Например, двое рабочих изготовили 86 деталей, причем первый изготовил на 8 деталей меньше второго. Сколько деталей изготовил каждый рабочий?

Это была **вербальная (словесная) модель задачи**.

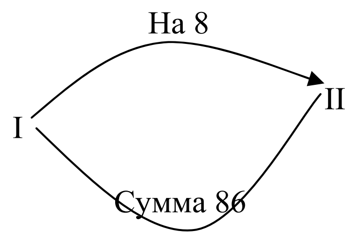
(2) Графовая модель задачи:

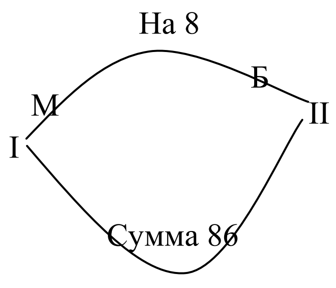
* Берутся две точки I и II, изображающие первого и второго рабочего.

* В тексте сказано, что **"1 и II рабочий изготовили 86 деталей"**. Этот предикат **симметричен** относительно указанных точек, так как эти точки можно поменять местами и сказать, что **"II и I рабочий изготовили 86 деталей"**. Поэтому предикат заменяется **двусторонней** линией /стороной графа/, соединяющей эти точки. Впрочем, вместо двусторонней линии, соединяющей две точки точки, можно рисовать замкнутую линию, заключающую внутри себя эти точки.

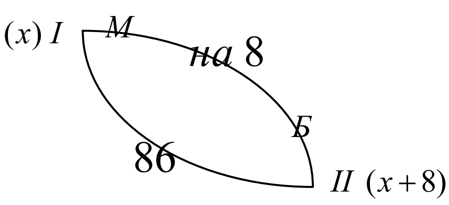
* Далее в тексте сказано, что "**первый изготовил на 8 деталей меньше второго**". Указанный предикат несимметричен, так как **нельзя** сказать, что "**второй изготовил на 8 деталей меньше первого**". Поэтому фраза передается направленной линией, соединяющей те же самые точки. На том конце линии, на котором находится большая величина, ставится острие стрелки (**вместо стрелки на этом конце можно ставить букву Б (больше**), **тогда на другом конце ставится М (меньше)**.. Предикат "на 8" изображается **в середине линии**.

Таким образом, получаем **графовую модель задачи**.





А теперь – **графовая модель решения задачи**. При этом составляется развернутая **алгебраическая модель**, наложенная на граф. Для этого возле точки I **ставим x**, доходим то точки II и **поворачиваемся, читаем предикат "больше на".** Возле точки II **ставим x+8**.



Затем по второй стороне графа составляем уравнение: $x + (x+8) = 86$.

Теперь (по желанию) можно составить модель вербально-алгебраическую.

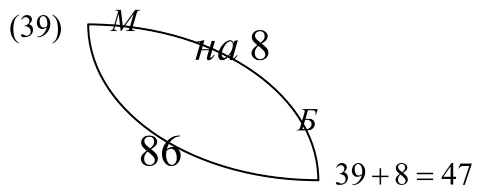
Пусть x - количество деталей, изготовленных первым рабочим.

Тогда x+8-количество деталей, изготовленных вторым рабочим.

Составим уравнение: x+(x+8)=86.

Итак, **модель алгебраическая:** x+(x+8)=86. Отсюда x = 39.

После решения уравнения, составляем **числовую модель** задачи.



Делаем проверку для 86 величины: суммируем числа 39 и 47 и получаем 86.

После этого записываем ответ.

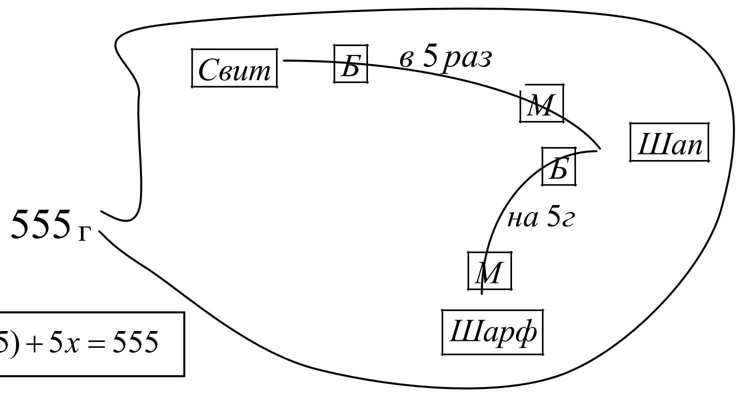
(3) ВТОРАЯ ЗАДАЧА.

На свитер, шапку и шарф израсходовали 555 г шерсти, причем на шапку ушло в 5 раз меньше шерсти, чем на свитер и на 5 г больше, чем на шарф. Сколько шерсти израсходовали на каждое изделие?

Сначала составляется вторая **словесная модель** задачи - с четким разбиением на предикаты:

- на шапку ушло в 5 раз меньше шерсти, чем на свитер.
- На шапку ушло на 5 г больше шерсти, чем на шарф.
- На свитер, шапку и шарф израсходовали 555 г шерсти

Потом составляется **граф** (**графовая модель**). Затем – алгебраическая и т.д.



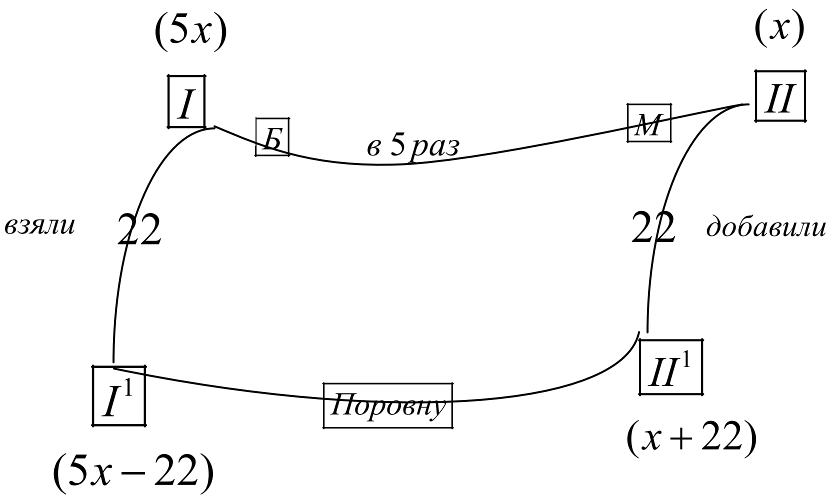
$$\boxed{x+(x+5)+5x=555}$$

(4) ТРЕТЬЯ ЗАДАЧА.

На одном садовом участке 5 раз больше кустов малины, чем на другом. После того как с первого участка пересадили на второй 22 куста, на обоих участках кустов малины стало поровну. Сколько кустов малины было на каждом участке.

Третья задача отличается от предыдущих тем, что вместо предикатов на некоторых сторонах графа сразу отмечается операторы, а они работают в направлении от выраженной через х величины к той, которую предстоит выразить.

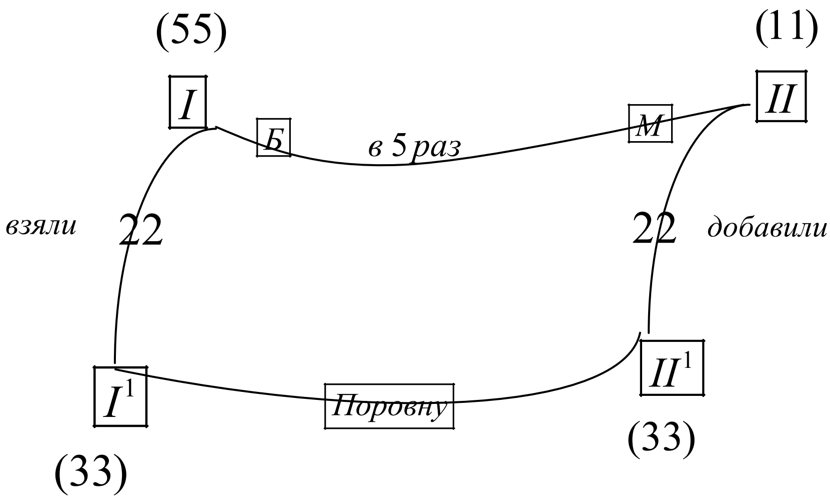
Замечание. В ходе решения задач учащиеся оперируют понятиями:
"графовая/графическая/модель", "словесная модель", "развернутая модель", "алгебраическая модель", **"**числовая модель". Что касается графовой модели, то, ее можно использовать для составления задач.



Составляем уравнение: $5x - 22 = x + 22$

$x = 11$

Итоговая модель



По итоговой модели проверили строчку "Поровну" и записали ответ: 55 и 11.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ И РАБОТУ

ПРИ ПОМОЩИ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ.

Используем следующие модели решения задач.

1. Предварительный выбор уравнения (для простых задач)
2. Стандартная модель (для простых и средней трудности)
3. Графическая модель (для сложных)
4. Табличная модель (для сложных)
5. Метод полной системы (для весьма сложных)

В любой из этих моделей удобно пользоваться символикой, которую мы здесь предлагаем.

1. Символическая модель величин.

В задачах на движение и работу три типа величин: Скорость движения или работы (производительность), время движения (работы), путь (объем работы).

В символической модели **путь** (будь он прямолинейным или криволинейным) и **объем работы** будем изображать их геометрической моделью – **отрезком, и соответственно обозначать двумя латинскими буквами.** Например: **путь AB, объем работы AB.**

Скорость движения (производительность работы) будем обозначать через V (N) с нижним индексом, т.е. **с номером скорости или производительности** (V_1, V_2, V_{12}, N_1, N_2, $N_{1;2}$,...) Если, например, скорость объекта внезапно изменяется, то объект и его скорость получают **другой** номер. Например: $\mathbf{V_1}$ – скорость первого тела, V_2 – **начальная** скорость **второго** тела, V_3 – **конечная** скорость **второго** тела. Если собственная скорость лодки (скорость лодки в стоячей воде) равна V_1, а скорость течения реки V_2, то $\mathbf{V_{1,2}}$ **(или просто** V_3) может означать скорость движения моторной лодки по течению реки. Производительность совместной работы двух объектов 1 и 2 обозначим как $\mathbf{N_{1,2}}$.

$\mathbf{V_{1/2}}$ **;** $\mathbf{N_{1/2}}$ **(или просто** V_4; $\mathbf{N_4}$**)** есть соответственно – скорость движения лодки против течения или совместная работа, при которой первый объект создает, а второй разрушает сделанное первым (допустим, одна трубы вливает воду в бассейн, а вторая выливает).

Время будет обозначаться буквой t с двойным символом. Например, в символе t_{1AB} записан как номер **скорости (производительности) – это номер 1**, так и обозначение **пути (объема работы)- это AB.**

2. Связь между величинами. Связь между величинами изображается какой-либо формулой. Если в эту формулу входят одноименные величины (например, одни только скорости), такую связь будем называться **одномерной** / Если же в формулу входят величины разнородные (например, сразу: путь, время, скорость), такую связь будем называть **треугольной**. Треугольные связи выражаются формулами вида: $\mathbf{AB = V_1\, t_{1AB}}$.

Одномерные замкнутые ломаные для удобства будем назвать **одномерными цепями:** например отрезки AB, BC, AC на оси абсцисс как раз образуют такую цепь.

ОДНОМЕРНЫЕ ФОРМУЛЫ-СВЯЗИ ДЛЯ ПУТЕЙ, ВРЕМЕН, СКОРОСТЕЙ возникают при записи на математическом языке предлогов **"на", "в",** а также таких фраз как **выполнил задание** к сроку (нагнал упущенное время, пришел вовремя), **встретились, и т.п.**. Например, скорость V_1 **больше скорости** V_2 на 20 км/ч записывается одномерной формулой: **$V_1 -- V_2$ = 20 км/ч.**

Кроме того, последовательные **пути** можно складывать, получая другие пути: **AB+BC=AC**. И т.д. **<u>Последовательные</u> времена для <u>одинаковых скоростей</u>** можно складывать: $t_{1AB}+t_{1BC}=t_{1AC}$ **Последовательные времена для разных скоростей тоже** можно складывать: $t_{1AB}+t_{2BC}$ будет означать общее время, затраченное телом на участке AC, на котором он движется с первой скоростью, затем со второй. **<u>Более краткой записи этого составного времени мы не вводим!!!</u>.** Т.е. её коротким символом типа одного t записать нельзя.

Можно также складывать скорости (производительности): $V_{1,0}=V_1+V_0$; $V_{1/0}=V_1-V_0$; $N_{1,2}=N_1+N_2$; (при движении по течению, против течения или при совместной работе).

3. Если в цепях типа AB+BC=AC или треугольных формулах известны **два** элемента, то **третий** элемент можно найти/ Например: если известны последовательные пути AB и BC, то можно найти путь AC. Или, зная AB и t_{1AB}, можно найти скорость V_1.

4. А вот AC и t_{1AB} к одному "треугольнику" не принадлежат, поэтому из них невозможно получить скорость V_1.

5. Если же заранее известны **три** элемента трехчленной цепи или треугольника, то они используются для составления уравнений. Например, известны три элемента: **AB = 800 км.** **V_1= x км/ч** $t_{1AB}=\frac{200}{x+2}$ **ч. Используем их для составления уравнения:** $\frac{200}{x+2}\cdot x=800$

5. Установки – составляющая часть процесса моделирования.

* Установка «**можно**»: "Что можно найти?" В этой установке **<u>ищем два совместимых</u>** элемента, т.е. принадлежащих одной цепи (или треугольнику), после чего с их помощью находим **<u>третий</u>** элемент цепи или треугольника (при этом используем правило чередования: <u>цепь, цепь,… треугольник, треугольник,… цепь,… треугольник …).</u> Эта установка работает обычно в начале решения задачи

* Установка на «**нужно**»: "Нужно найти!" В этой установке **<u>ищем еще не найденный элемент</u>** и определяем, с помощью каких **<u>двух элементов</u>** цепи или треугольника мы сможем его найти. Эта установка обычно работает в конце задачи, когда "<u>неизвестных" элементов остается совсем мало, а найденных много.</u>

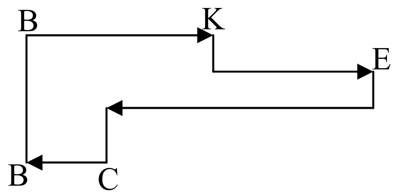
* Установка на **уравнение**. Эта установка (при желании может быть задействована в любой момент при решении задачи – **даже в самом начале**) **<u>на выбор треугольника или цепи</u>** для составления уравнений.

6. Если **<u>в индексах времен</u>** **обнаружено большое количество** **<u>отрезков,</u>** **то для анализа** **<u>отрезков</u>** **рисуются геометрические цепи:**

Например, в индексах обнаружены отрезки АД, ВК, ВС, ВД, АМ, ВМ, КЕ, СЕ. Тогда сначала откладывается, например, отрезок АД, затем ищется отрезок, с концом Д. Это отрезок ДВ, затем ищется отрезок с концом М. Это отрезок АМ. Вернулись к точке А., Образовалась замкнутая цепочка, из которой получаем линейную связь:

АД + ДВ + ВМ – АМ=0 или **АД + ВМ=ВД + АМ.**

Вторая цепочка дает: **ВК + КЕ=ВС + СЕ.**

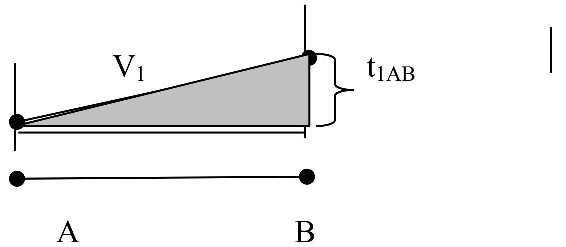


ГРАФИЧЕСКАЯ (СИМВОЛИЧЕСКИ-ГРАФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)

Общее пояснение

Графическая модель величин: путь (объем работы) изображается отрезком на оси абсцисс, промежуток времени – отрезком на оси ординат. При движении с одной и той же скоростью (работе с одной и той же производительностью) график движения (работы) изображается отрезком координатной плоскости: чем больше скорость (производительность) тем меньше угол наклона отрезка к оси абсцисс.

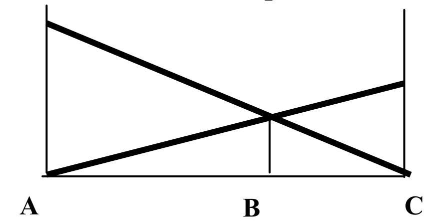
Скорость движения (производительность работы), путь, пройденный с этой скоростью (объем работы, выполненный с этой производительностью), время, затраченное с указанной скоростью на указанном пути (с указанной производительностью на указанном объеме работы образуют "**рабочий треугольник**" (см. заштрихованный треугольник на рисунке: горизонтальный катет – путь АВ, вертикальный катет – затраченное время t_{1AB}, по гипотенузе проставляется скорость V_1).



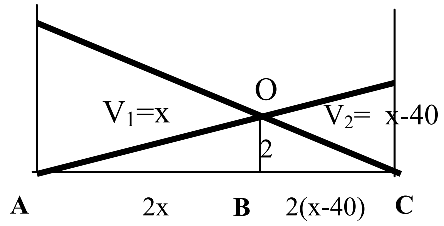
Строим графическое изображение процесса, описываемого задачей. Проводя через особые точки графика (концы отрезков, места встречи) горизонтали и вертикали, получаем серию рабочих треугольников. Принимая одну из неизвестных величин за х, или, в случае необходимости, вводя еще и у, начинаем находить поочередно насыщенные цепи и треугольники, и заполняя их полностью, продолжаем этот процесс до тех пор, пока не выразим все актуальные для задачи величины. После чего составляем уравнение (систему уравнений). При хорошем графическом рисунке процесс решения можно записывать непосредственно на нем.

Речь идет о том, чтобы построить график пути, в зависимости от времени. Однако, этот график несколько модифицирован применительно к поставленным целям. Во-первых, ось путей – горизонтальная, а ось времен - вертикальная. Во-вторых, ось времен не изображается. В-третьих, момент времени трактуется как высота точки условных мысленных часов, исполненных по аналогии с термометром: высота точки/столбика/означает момент показываемого времени. С течением времени этот столбик может только лишь расти/вверх/.

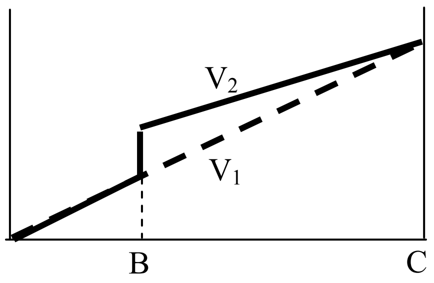
Например:



Этот график изображает встречное движение двух тел, причем оба тела вышли из пунктов А и В одновременно больший наклон графика означает, что "тело прошло незначительный путь, а времени прошло много", т. е. тело движется с меньшей скоростью. График показывает, к какому пункту ближе место встречи.



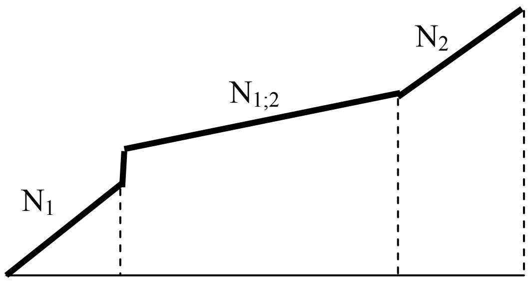
Вдоль графиков были написаны скорости. Одна из них принята за X. Другая X-40 означает скорость на 40км/ч меньше первой:. Высота точки пересечения графиков изображает промежуток времени, затраченного поездами до момента встречи. Поэтому на нем мы подписываем 2 ч. В каждом из тр-ов АВО и ВСО есть по две записи вдоль гипотенузы (**скорости**) и вертикального катета (**время**). По треугольным формулам можно найти пути АВ и СВ (**будем писать в алфавитном порядке ВС**). Если путь Ас нам известен, допустим 240 км., то можно составить уравнение: $2x+2(2x-40)=240$.



На этом графике показано движение поезда, остановленного в пути, а затем наверставшего упущенное время путем повышения скорости.

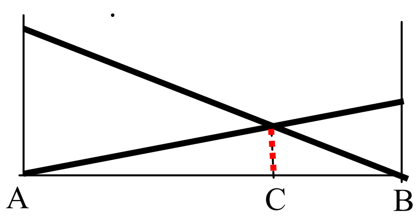
$$t_{BB}+t_{2BC}=t_{1BC}$$

Прим. Время стоянки записывается без номера скорости: t_{BB}. Или с номером самой стоянки: t_{BB1}, t_{BB2} и т.д.



На этом графике показано, что сначала работала одна машинистка, затем был перерыв, затем работали две машинистки, затем продолжила работать вторая, но уже с измененной скоростью

Уравнения встречи.



Известно, что поезда выехали **одновременно** навстречу друг другу из пунктов А и В. И встретились в пункте С. Уравнение встречи выглядит так:

$$t_{1AC} = t_{2BC}\,.$$

Если это время указано (например 2 ч), то получаем систему двух уравнений:

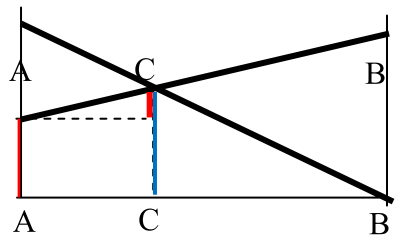
$$t_{1AC} = 2\text{ ч} \quad \text{и} \quad t_{2BC} = 2\text{ ч}\,.$$

На рисунке этот отрезок 2 часа, общий для обоих поездов, выделен красным цветом.

Два поезда выехали навстречу друг другу из пунктов А и В. И встретились в пункте С. Известно, что первый поезд вышел **позднее** второго на 2 часа Уравнение встречи выглядит так (здесь указаны **времена до встречи**):

$$2 + t_{1AC} = t_{2BC}\,.$$

На рисунке левая часть, состоящая из 2 слагаемых, выделена красным цветом, а правая - синим.

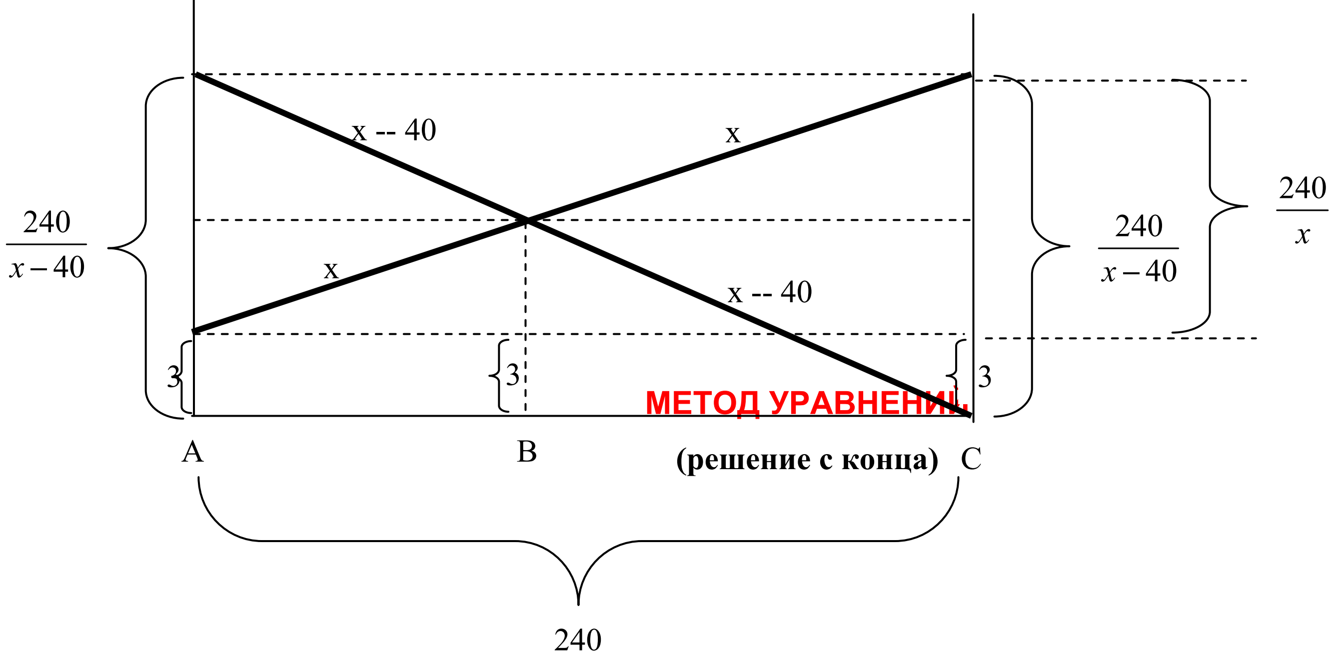


Два поезда выехали навстречу друг другу из пунктов А и В. И встретились в пункте С. Известно, что поезда пришли в **конечные пункты одновременно**. Уравнение встречи выглядит так (здесь указаны времена **после встречи**):

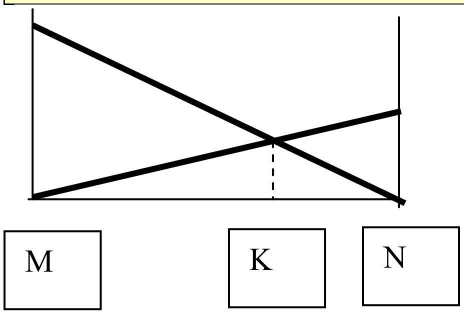
$$t_{1BC} = t_{2FC}$$

В других задачах в уравнения встречи могут включаться **как времена до встречи, так и после встречи**.

Следующая модель показывает, что первый поезд вышел позже второго на три часа, что пришли в конечный пункт одновременно, что скорость второго на 40 км/ч меньше, чем первого, что расстояние АВ равно 240 км.



Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из пунктов *M* и *N*, расстояние между которыми 45 км. Встретившись через 1,5 ч, они продолжили путь с той же скоростью, и первый прибыл в *N* на 2 ч 15 мин раньше, чем второй в *M*. Найдите скорость каждого велосипедиста.



Дано: MN=45км
$t_{1MK}= t_{2KN}=1.5$ч
$t_{1KN}< t_{2MK}$ на 2,25ч (после встречи)
MK+KN=MN
Найти V_1 и V_2

Предположим, мы решили решать через две переменные x и y. Тогда заранее намечаем систему уравнений. Например: $\begin{cases} \dfrac{MK}{V_2}-\dfrac{KN}{V_1}=2,25 \\ MK+KN=MN \end{cases}$.

Теперь выполняем подстановки, приняв V_1 и V_2 за x и y соответственно: V_1=x>0; V_2=y>0.

$$\begin{cases} \dfrac{V_1\cdot t_{1MK}}{V_2}-\dfrac{V_2\cdot t_{1KN}}{V_1}=2,25 \\ MK+KN=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1,5x}{y}-\dfrac{1,5y}{x}=2,25 \\ 1,5x+1,5y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{6x}{y}-\dfrac{6y}{x}=9 \\ 3x+3y=90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x}{y}-\dfrac{2y}{x}=3 \\ x+y=30 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2-y^2)=3xy \\ x+y=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-y)(x+y)=3xy \\ x+y=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60(x-y)=3xy \\ x+y=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20(x-y)=xy \\ x+y=30 \end{cases}$$ **И т.д.**

Если в задаче на работу или движение не указан, в каких единицах измеряется работа или путь, то работу (путь можно принять за 1 (или за любое другое удобное число, можно использовать параметр – например, а).

Первый рабочий выполняет работу за 6 часов, второй за 12 часов. За сколько часов они выполнят работу, работая вместе.

Поскольку единица измерения не указана, примем работу за 1. Дано: АВ=1, $t_{1AB}=6$ ч, t_{2AB}=12 ч. Добавляем: $N_1+N_2=N_{1;2}$ Найти: $t_{1;2AB}$.

Решение: Выбираем уравнение: $N_1+N_2=N_{1;2}$. Имеем:

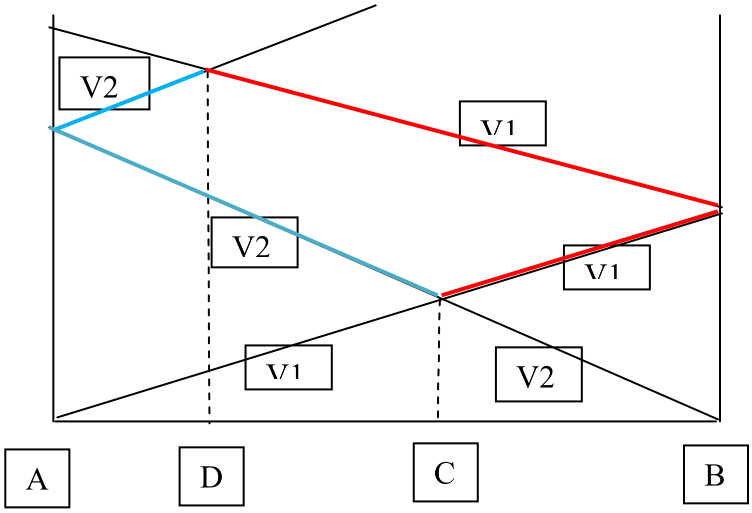
$$\frac{AB}{t_{1AB}}+\frac{AB}{t_{2AB}}=\frac{AB}{t_{1;2AB}} \Leftrightarrow \frac{AB}{t_{1AB}}+\frac{AB}{t_{2AB}}=\frac{AB}{t_{1;2AB}} \overset{t_{1;2AB}=x}{\Leftrightarrow} \frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{x} \Leftrightarrow x=\frac{1}{\frac{1}{6}+\frac{1}{12}}=\frac{1}{4}$$

$$t_{1;2AB}=\frac{AB}{N_{1;2AB}}=4 \text{ (часа)}$$

СТАНДАРТНЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ

(решение с начала)

Задача. Два туриста вышли одновременно из А в В и из В в А. Каждый шел с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 12 км. от В, на обратном пути они снова встретились в 6 км. от А через 6 часов после первой встречи. Найти скорость первого и второго туристов и расстояние между городами.



Дано:

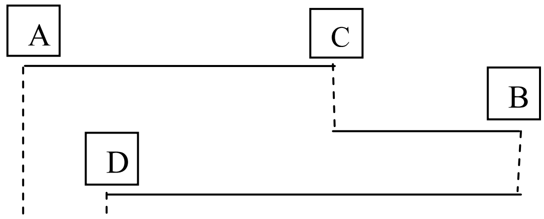
1/ BC=12 км

2/ AD=6 км

3/ $t_{1AC}=t_{2BC}$ / 1-ое ур-ие встречи/

4/ $t_{1BC}+t_{1BD}=6$

5/ $t_{2AC}+t_{2AD}=6$/ 2-ое ур-ие встречи



Изобразили отрезки, записанные в в пунктах 1 – 5, один под другим: AC, BC; BD; AD.

6/ AC+<u>BC</u>=<u>AD</u>+<u>BD</u>

Найти: AB; V_1; V_2

Стандартный способ решения.

1. $V_1=x$ (км/ч)
2. $t_{1BC}=\frac{BC}{V_1}=\frac{12}{x}$ (ч)
3. $t_{1BD}=6-\mathbf{t_{1BC}}=6-\frac{12}{x}=\frac{6x-12}{x}$ (ч)
4. $BD=V_1\,t_{1BD}=x\cdot\frac{6x-12}{x}=6x-12$ (км)
5. AC= AD + BD – BC= 6+(6x – 12) – 12 ==6x – 18 (км)
6. $t_{1AC}=\frac{AC}{V_1}=\frac{6x-18}{x}$ (ч)
7. $t_{2BC}=t_{1AC}=\frac{6x-18}{x}$ (ч)
8. $V_2=\frac{BC}{t_{2BC}}=12:\frac{6x-18}{x}=\frac{12x}{6x-18}=\frac{2x}{x-3}$ (км/ч)
9. $t_{2AC}=\frac{AC}{V_2}=(6x-18):\frac{2x}{x-3}=\frac{6(x-3)^2}{2x}=\frac{3(x-3)^2}{x}$ (ч)
10. $t_{2AD}=\frac{AD}{V_2}=\frac{6(x-3)}{2x}=\frac{3(x-3)}{x}$
11. Составим уравнение: $t_{2AC}+t_{2AD}=6$. Т.е. $\frac{3(x-3)^2}{x}+\frac{3(x-3)}{x}=6$. Т.е. $\frac{(x-3)^2}{x}+\frac{(x-3)}{x}=2$

$x_1=6$; $x_2=1$ **Проверяем по условию задачи**: $x_1=6$ удовлетворяет всем пунктам задачи с 1-го по 11-ый. $x_2=1$ не удовлетворяет пункту 3-му задачи. Поэтому V_1=6(км/ч). Пункт 8-й дает нам: V_2=4(км/ч). Затем находим: AB=AC+BC=28+12=30(км/ч)

Ответ: V_1=6(км/ч). V_2=4(км/ч). AB=30(км/ч)

Метод решения: В самом начале задачи выраженных величин меньше, чем невыраженных – и мы работает с помощью установки: "Что **можно** найти с помощью уже выраженных величин?

При этом мы **чередуем треугольные формулы с одномерными**.

К концу задачи можно задать вопрос: "Что **нужно** найти? Какие еще величины осталось выразить?

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ

Задача. Два туриста вышли одновременно из А в В и из В в А. Каждый шел с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 12 км. от В, на обратном пути они снова встретились в 6 км. от А через 6 часов после первой встречи. Найти скорость первого и второго туристов и расстояние между городами.

Через точки пересечения графиков заранее проводим горизонтали и вертикали, чтобы явно выделить все треугольники с треугольными формулами. Если две стороны треугольника подписаны, то третью сторону подписываем по треугольным формулам.

Дано:

1/ BC=12 км

2/ AD=6 км

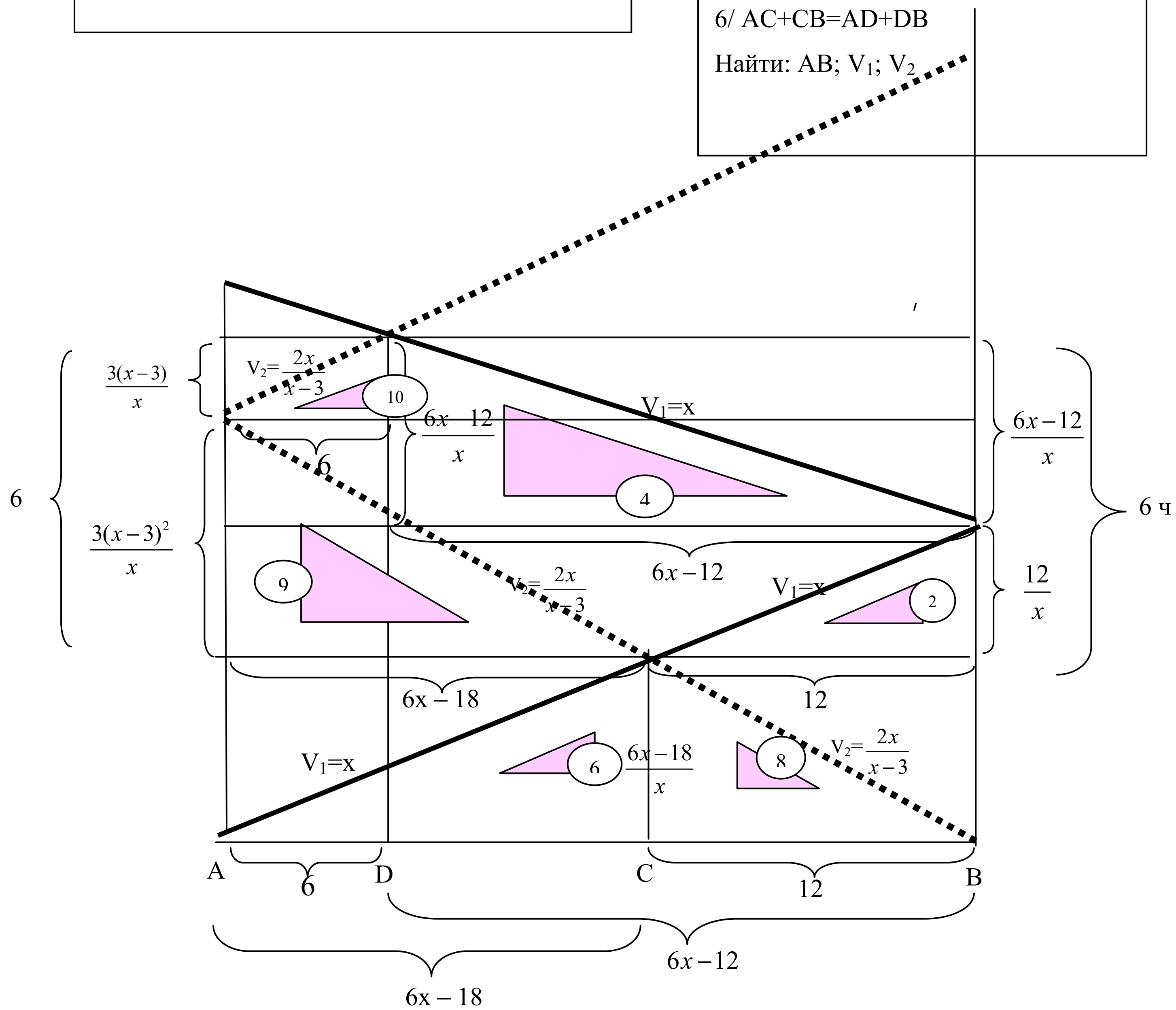
3/ $t_{1AC}=t_{2BC}$ / 1-ое ур-ие встречи/

4/ $t_{1CB}+t_{1BD}=6$

5/ $t_{2AC}+t_{2AD}=6$/ 2-ое ур-ие встречи

6/ AC+CB=AD+DB

Найти: AB; V_1; V_2



Маленькие розовые треугольники указываают на большие прямоугольные треугольники, в которых они находятя, а большие треугольники указываают на те треугольные формулы, которые были использованы.

Ход решения на графике следующий:

- Если в прямоугольном треугольнике **проставлены две стороны**, то можно **проставить и третью**. Например, поскольку в теугольнике №4 проставлены время $\frac{6x-12}{x}$ и скорость x, то можно найти путь 6x-12 (см. 4 действие в стандартном решении задачи)
- Кроме того, по осям абсцисс и ординат отрезки путей или времен можно **складывать и вычитать**.

Например, для составления уравнения, можно посмотреть на отрезки времен, проставленные в левой части рисунка и после этого записать уравнение: $\frac{3(x-3)}{x}+\frac{3(x-3)^2}{x}=6$

ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ГРАФИТЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ МОЖНО ЗАПИСАТЬ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ.

1). $V_1=x$ (км/ч)

2). $t_{1BC}=\frac{BC}{V_1}=\frac{12}{x}$ (ч)

3). $t_{1BD}=6-\mathbf{t_{1BC}}=6-\frac{12}{x}=\frac{6x-12}{x}$ (ч)

4). $BD=V_1\ t_{1BD}=x\cdot\frac{6x-12}{x}=6x-12$ (км)

5). AC= AD + BD – BC= 6+(6x – 12) – 12 ==6x – 18 (км)

6). $t_{1AC}=\frac{AC}{V_1}=\frac{6x-18}{x}$ (ч)

7). $t_{2BC}=t_{1AC}=\frac{6x-18}{x}$ (ч)

8). $V_2=\frac{BC}{t_{2BC}}=12:\frac{6x-18}{x}=\frac{12x}{6x-18}=\frac{2x}{x-3}$ (км/ч)

9). $t_{2AC}=\frac{AC}{V_2}=(6x-18):\frac{2x}{x-3}=\frac{6(x-3)^2}{2x}=\frac{3(x-3)^2}{x}$ (ч)

10). $t_{2AD}=\frac{AD}{V_2}=\frac{6(x-3)}{2x}=\frac{3(x-3)}{x}$

11) Составим уравнение $t_{2AC}+t_{2AD}=6$. Т.е. $\frac{3(x-3)}{x}+\frac{3(x-3)^2}{x}=6$

ТАБЛИЧНЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ

Простые задачи требуют простые таблицы. Сложные задачи нуждаются в сложных таблицах.

Задача на простую таблицу.

После того, как машина увеличила скорость на 20 км/ч, она стала тратить на 240 км. На 1 час меньше времени. Какова была первоначальная скорость машины:

	V км/ч	t ч	S км
1	x	$\frac{240}{x}$	240
2	$x+20$	$\frac{240}{x+20}$	240

Составим уравнение: $\frac{240}{x}-\frac{240}{x+20}=1$

Принцип решения задачи с помощью такой таблицы прост.

1). Заносим **известные величины** в ячейки таблицы. В данном случае дважды занесли 240 км.

2). Затем некую величину **принимаем за x**.

3) Затем делаем **вертикальное заполнение**. В данном случае мы заполнили нижнюю ячейку **первого столбца** с помощью верхней ячейки и **условия** "на 20 км/ч.

4). Затем делаем **горизонтальные заполнения**. На первой строчке оказалась только одна незаполненная ячейка - ячейка времени. Мы её заполняем с помощью двух других ячеек – скорости и пути. Т.е. используем треугольную формулу. То же самое делаем на второй строчке: с помощью треугольной формулы также заполняем ячейку времени.

5. Теперь вся таблица заполнена. Пора составлять уравнение. Находим **неиспользованные величины и соотношения**. В самой ячейке не использованы только что найденные величины времени, а в условии задачи не использована величина 1 час. Из них и составляем **уравнение**:

$$\frac{240}{x}-\frac{240}{x+20}=1$$

Замечание: **В таблице можно указать порядок действий.**

	V км/ч	t ч	S км
1	x $\lfloor 1$	$\frac{240}{x}$ $\lfloor 3$	240
2	$x+20$ $\lfloor 2$	$\frac{240}{x+20}$ $\lfloor 4$	240

5) Составим уравнение: $\frac{240}{x}-\frac{240}{x+20}=1$

В таблице можно указать ячейки, которые заполняются с помощью **треугольных** формул: либо такие ячейки **ярко обвести** (см. таблицу ниже), либо **добавить столбик svt**, в котором нужно отметить, какие именно величины выражены по треугольным формулам (в таблице это величины t и t).

	V км/ч	**t** ч	S км	svt
1	x ⌊1	$\frac{240}{x}$ ⌊3	240	**t**
2	$x+20$ ⌊2	$\frac{240}{x+20}$ ⌊4	240	**t**

При решении задач может быть другой порядок действий (см. таблицу ниже)

	V км/ч	**t** ч	S км	svt
1	x ⌊1	$\frac{240}{x}$ ⌊3	240	**t**
2	$x+20$ ⌊2	$\frac{240}{x}$ -- 1 ⌊4	240	

Все ячейки заполнены. На второй строчке треугольная формула **не использована**. Поэтому **используем** её для составления уравнения: $(x+20)\left(\frac{240}{x}-1\right)=240$

Для того, чтобы составить сложную таблицу в сложной задаче, необходимо в первую очередь обратиться к условию задачи и **занести все времена** из условия в соответствующий столбец таблицы. Во вторую очередь для каждого времени в соседних столбцах проставить **скорость и путь.**

При этом есть несколько отличий от постой таблицы. Т.к. в сложной таблице много величин, то для её прочтения нужно не только указывать порядок нахождения величин, но и давать их полное название. Например:

	V км/ч	**t** ч	S км
1	$V_1=x$ ⌊1	$t_{1AB}=\frac{240}{x}$ ⌊3	240
2	$V_2=x+20$ ⌊2	$t_{2AB}=\frac{240}{x+20}$ ⌊4	240

А в остальном метод тот же самый, что и при пользовании простой таблицей. Допустим, мы **начинаем с вертикальных заполнений**. Как только мы их исчерпаем, начинаются горизонтальные заполнения. Как только мы их исчерпаем, снова начинаются вертикальные заполнения. Потом снова горизонтальные. И так до тех пор, пока таблица не будет заполнена и не придет время составлять уравнение.

Либо, напротив, **начинаем с горизонтальных заполнений**: $=||=||=||=\ldots$ Этот символ подразумевает, что сначала мы проводим **множество** всех горизонтальных заполнений, затем - вертикальных, затем снова горизонтальных… При этом не забываем после каждого заполнения делать **перенос** по вертикали. Т.е. **найденная величина** должна быть вставлена во все ячейки, где она находится. Например, вот так:

	V км/ч	t ч	S км
1	$\lfloor 1$ $V_1 = x$		
2	$\lfloor 2$ $V_2 = x + 20$		
3	$V_1 = x$		
4	$V_2 = x + 20$		

Для составления уравнения нужно искать **неиспользованную** формулу: либо **треугольную** (когда на тех или иных строчках эта формула не использована, см. таблицу №), либо **одномерную из условия(дано)** задачи. Можно начать с поиска табличных ячеек, которые были **заполнены**, но **не были использованы.**

Если после заполнения ячеек на каких-либо строчках останутся **не использованы треугольные формулы,** следует из этой треугольной формулы составить уравнение.

Если использованы все треугольные формулы, то

Возможны три варианта использования сложных таблиц:

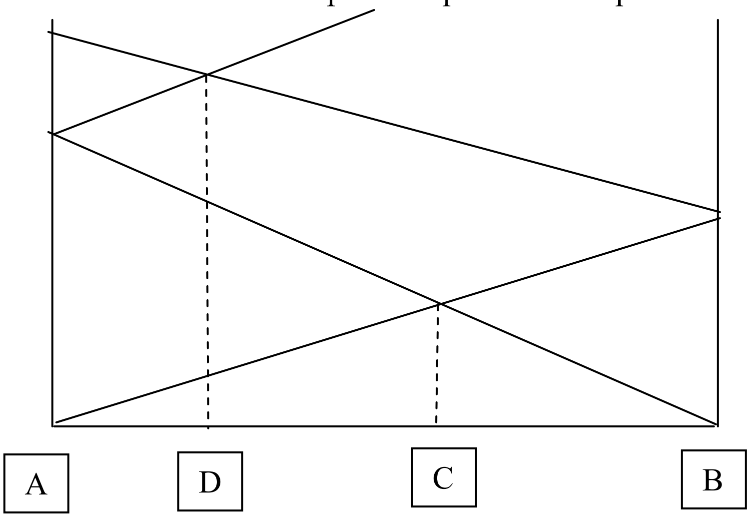
1 вариант. Таблица проясняет **порядок действий.** На следующей странице показан пример такой таблицы. **Само же решение производится под таблицей**.

2 вариант. **Решение производится внутри таблицы**, как это было показано в только что записанных таблицах.

3 вариант - Совмещенный. Решение идет и **внутри** таблицы и дублируется **под** таблицей.

Задача. Два туриста вышли одновременно из А в В и из В в А. Каждый шел с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 12 км. от В, на обратном пути они снова встретились в 6 км. от А через 6 часов после первой встречи. Найти скорость первого и второго туристов и расстояние между городами.

Задача. Два туриста вышли одновременно из А в В и из В в А. Каждый шел с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 12 км. от В, на обратном пути они снова встретились в 6 км. от А через 6 часов после первой встречи. Найти расстояние между А и В и скорости обоих туристов.



Дано:

1/ BC=12 км

2/ AD=6 км

3/ $t_{1AC}=t_{2BC}$ / 1-ое ур-ие встречи/

4/ $t_{1CB}+t_{1BD}=6$

5/ $t_{2CA}+t_{2AD}=6$/ 2-ое ур-ие встречи

6/ AC+CB=AD+DB

Найти: AB; V_1; V_2

V	t (записать все данные из условия)	S
V_1 =№1	t_{1AC} = №6 △	**AC=** №5
V_2 = №8 △	t_{2BC} = №7	BC=12 км
V_1 =(№1)	t_{1BC} = №2 △	BC=12 км
V_1 =(№1)	t_{1BD} = №3	**BD=** №4 △
V_2	t_{2AC} = №9 △	AC= (№5)
V_2	t_{2AD} = №10 △	AD= 6 км

(11) Уравнение: не использованы ячейки №9 и №10 и формула из условия (дано) $t_{2AC}+t_{2AD}=6$. Составляем уравнение: $\frac{3(x-3)}{x}+\frac{3(x-3)^2}{x}=6$

Затем можно записать стандартное решение задачи, используя указанный порядок действий. решение

ЗАМЕЧАНИЕ: Здесь нумерация проставлена несколько **иначе**, но можно использовать прежнюю нумерацию. Треугольные формулы помечены **треугольником**, но можно использовать те пометки, которые указаны раньше.

МЕТОД ПОЛНЫХ СИСТЕМ

Выбираем способ решения задачи. Самые сложные задачи (которые очень трудно решаются другими методами), можно использовать метод полных систем. Для этого записываем все формулы таблицы, **за исключением D**.

Задача. Два туриста вышли одновременно из А в В и из В в А. Каждый шел с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, немедленно поворачивал обратно. Первый раз они встретились в 12 км. от В, на обратном пути они снова встретились в 6 км. от А через 6 часов после первой встречи. Найти скорость первого и второго туристов и расстояние между городами.

- В третьем столбце выписываем все треугольные формулы **для всех времен, записанных в первом столбце.** Если теперь посчитать все формулы D(цепь), V. S Δ, то получим: 10 **формул: 4 цепных + 6 треугольных.** Поскольку все до единой формулы будут использованы (в стандартных задачах), то с введением Х в решении будет 11 пунктов. С введением Х и У – 12 пунктов.

D D(цепь)	**V S**	Δ
Дано: 1/ BC=12 км 2/ AD=6 км 3/ $t_{1AC}=t_{2BC}$ (ур-ие встречи) 4/ $t_{1BC}+t_{1BD}=6$ (ур-ие встречи) 5/ $t_{2AC}+t_{2AD}=6$ (ур-ие встречи) Найти: АВ; V_1; V_2	AC+BC=AD+BD	t_{1AC}: $AC=V_1\,t_{1AC}$ t_{2BC}: $BC=V_2\,t_{2BC}$ t_{1BC}: $BC=V_1\,t_{1BC}$ $t_{2\,AC}$: $AC=V_2\,t_{2\,AC}$ t_{2AD}: $AD=V_2\,t_{2AD}$ t_{1BD}: $BD=V_1\,t_{1BD}$

Выписываем **в систему все формулы** данной таблиц. Формулы, т.е. все записи, кроме записей № 1 и №2 (см. систему №001).

Записи №1 и №2 указывают нам на **известные** величины: ВС и AD. Эти величины о**бводим** в системе овалом (см. систему №2).

Примем какую-нибудь величину за х и обведем её прямоугольником с номером 101, что будет означать первый пункт решения ➔ сразу же обведем её овалом в других местах системы (см. систему №2).. Номер при этом ставить не будем. Обводка без номера подразумевает, что мы в обведенные места подставили х. **ЗАМЕЧАНИЕ**: Если простановка номеров в системе становится **невозможной**, вводим еще одну неизвестную **у** и прододжаем решать.

№001

$$\begin{cases} t_{1AC} = t_{2BC} \\ t_{1BC} + t_{1BD} = 6 \\ t_{2AC} + t_{2AD} = 6 \\ AC + BC = AD + BD \\ AC = V_1 t_{1AC} \\ BC = V_2 t_{2BC} \\ BC = V_1 t_{1BC} \\ AC = V_2 t_{2AC} \\ AD = V_2 t_{2AD} \\ BD = V_1 t_{1BD} \end{cases}$$

№002

$$\begin{cases} 1 \quad t_{1AC} = t_{2BC} \\ 2 \quad t_{1BC} + t_{1BD} = 6 \\ 3 \quad t_{2AC} + t_{2AD} = 6 \\ 4 \quad AC + BC = AD + BD \\ 5 \quad AC = \underset{101}{\boxed{V_1}} t_{1AC} \\ 6 \quad BC = V_2 t_{2BC} \\ 7 \quad BC = V_1 t_{1BC} \\ 8 \quad AC = V_2 t_{2AC} \\ 9 \quad AD = V_2 t_{2AD} \\ 10 \quad BD = V_1 t_{1BD} \end{cases}$$

В формуле 7 **одна неизвестная** t_{1BC}. **Обведем её овалом и подпишем номер** 102 (см. таблицу 003): это будет означать условный знак того, что вторым пунктом мы выразим t_{1AC} из формулы 7, произведя деление АС на V_2. ➔ **сразу же подставляем** выраженное t_{1AC} в другие места системы **обводя** их овалом (см. систему №003).

В этой же таблице показано, как под номером 103 мы выполняем третий пункт – находим t_{1BD}➔и сразу же подставляем его в другие места системы, **обводя** их овалом. И так продолжаем до 110 номера (см. системы 003 и 004). Выполним подстановку после 110 номера в формулу на третье строчке, мы убеждаемся, что вся система заполнена овалами. Третью строчку принимаем за уравнение и подписываем "**Ур.111**"

После чего, идя вновь по номерам 101 - 11 реализуем их в процессе решения задачи (см. ниже таблиц)

№003

1 $t_{1AC} = t_{2BC}$

2 $t_{1BC} + \underset{103}{t_{1BD}} = 6$

3 $t_{2AC} + t_{2AD} = 6$

4 $AC + BC = AD + BD$

5 $AC = \underset{101}{\boxed{V_1}}\, t_{1AC}$

6 $BC = V_2 t_{2BC}$

7 $BC = V_1 \underset{102}{t_{1BC}}$

8 $AC = V_2 t_{2AC}$

9 $AD = V_2 t_{2AD}$

10 $\underset{104}{BD} = V_1 t_{1BD}$

№004

1 $t_{1AC} = \underset{107}{t_{2BC}}$

2 $t_{1BC} + \underset{103}{t_{1BD}} = 6$

3 $t_{2AC} + t_{2AD} = 6$ Ур. 111

4 $\underset{105}{AC} + BC = AD + BD$

5 $AC = \underset{101}{\boxed{V_1}}\, \underset{106}{t_{1AC}}$

6 $BC = \underset{108}{V_2}\, t_{2BC}$

7 $BC = V_1 \underset{102}{t_{1BC}}$

8 $AC = V_2 \underset{109}{t_{2AC}}$

9 $AD = V_2 \underset{110}{t_{2AD}}$

10 $\underset{104}{BD} = V_1 t_{1BD}$

1. $V_1 = x$ (км/ч) 2. $t_{1BC} = \dfrac{BC}{V_1} = \dfrac{12}{x}$ (ч) 3. $t_{1BD} = 6 - t_{1BC} = 6 - \dfrac{12}{x} = \dfrac{6x-12}{x}$ (ч) 4. $BD = V_1\, t_{1BD} = x \cdot \dfrac{6x-12}{x} = 6x - 12$ (км) 5. AC= AD + BD – BC= 6+(6x – 12) – 12 = = 6x – 18 (км) **6.** $t_{1AC} = \dfrac{AC}{V_1} = \dfrac{6x-18}{x}$ (ч)	7. $t_{2BC} = t_{1AC} = \dfrac{6x-18}{x}$ (ч) 8. $V_2 = \dfrac{BC}{t_{2BC}} = 12 : \dfrac{6x-18}{x} = \dfrac{12x}{6x-18} = \dfrac{2x}{x-3}$ (км/ч) 9. $t_{2AC} = \dfrac{AC}{V_2} = (6x-18) : \dfrac{2x}{x-3} = \dfrac{6(x-3)^2}{2x} = \dfrac{3(x-3)^2}{x}$ (ч) **10.** $t_{2AD} = \dfrac{AD}{V_2} = \dfrac{6(x-3)}{2x} = \dfrac{3(x-3)}{x}$

11. Составим уравнение: $t_{2AC} + t_{2AD} = 6$. Т.е. $\dfrac{3(x-3)^2}{x} + \dfrac{3(x-3)}{x} = 6$. Т.е. $\dfrac{(x-3)^2}{x} + \dfrac{(x-3)}{x} = 2$

$x_1 = 6$; $x_2 = 1$ **Проверяем по условию задачи**: $x_1 = 6$ удовлетворяет всем пунктам задачи с 1-го по 9-ый. $x_2 = 1$ не удовлетворяет пункту 3-му задачи. Поэтому V_1=6(км/ч). Пункт 7 дает нам: V_2=4(км/ч). Затем находим: AB=AC+BC=28+12=30(км/ч)

Ответ: V_1=6(км/ч). V_2=4(км/ч). AB=30(км/ч)

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

(1) Задача: из городов Си Д едут, навстречу друг другу А и В, причем А выезжает 3-мя часами раньше В. Они встречаются на расстояний 20 км от Д. А приезжает в а часом раньше, чем В приезжает в С. На другой день В, выехав обратно, встречает А, проехавшего одну седьмую часть всего обратного пути, и, несмотря на бывшую затем трехчасовую остановку, все-таки прибывает в Д настолько рано, что мог бы проехать еще 28 км, пока А приедет в С. Найти расстояние между городами С и Д и скорости, с которыми едут А и В.
Так будет выглядеть графическое оформление этой задачи и план ее решения.

(2) Два сборщика, работая вместе, могут выполнить задание за 6 ч. Производительность труда первого и второго относятся, как 3:4. Сборщики договорились работать поочередно. Сколько времени должен работать второй сборщик, чтобы это задание было выполнено за 11,2 часа? (ЕГЭ)

(3) Трое рабочих выполнили работу за 19 дней, причем третий из них работал только первые 3 дня. За сколько дней выполнил бы работу третий рабочий, если известно, что за первые 3 дня они вместе выполнили 37 % всей работы, а за 5 дней первый рабочий сделал столько же, сколько второй за 4 дня?

(4) Цистерну за 5 часов наполнили водой. Ори этом в каждый следующий час поступление воды в цистерну уменьшалось в одно и то же число раз по сравнению с предыдущим. Оказалось, что в первые четыре часа было налито воды вдвое больше, чем в последние четыре часа. Каков объем цистерны, если известно, что за первые два часа в нее было налито 48 куб. м воды?

(5) Сумму всех, двузначных четных чисел без остатка разделили на одно из них.. Получившееся частное отличается от делителя только порядком цифр, а сумма его цифр равна 9. Какое двузначное число является делителем?

(6) При строительстве склада. имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, в проект внесли изменения: длину уменьшили до 70%, ширину уменьшили до 90%, высоту увеличили на треть. В результате объем построенного склада оказался на 32 кубометра меньше, чем планировалось. Найдите объём построенного склада в кубических метрах.

(1) Производительность второго цеха в 1 .5 раза больше, чем первого. Вместе они смогут выполнить поступивший заказ за 10 дней. За сколько дней выполнит этот заказ один первый цех?

(7) Если рабочий будет изготавливать ежедневно на три детали больше установленной для него нормы, то закончит работу за 2 дня до намеченного срока. Если же он будет изготавливать на 5 деталей больше нормы, то окончит работу за 3 дня до намеченного срока. Сколько деталей рабочий должен был изготавливать ежедневно?

(8) Первый и второй насосы, работая вместе, могут заполнить бассейн водой за 5 часов. Второй и третий насосы, работая вместе, могут заполнить тот же бассейн за 6 часов. Первый и третий насосы, работая вместе, могут заполнить тот же бассейн за 15 часов. За какое количество часов может заполнить бассейн водой один первый насос?

(9) Имеются три сосуда А, *В* и *С.* Объемы налитой в них воды относятся как 1 :3:8. После переливания части воды из *С в А* и *В во* всех трех сосудах получили одинаковый объем. Затем перелили из *В* в *С* 20 литров, а после этого из С в А столько, что объем воды в А. стал в 2 раза больше, чем в *В.* При этом оказалось, что в А воды на 30 литров больше, чем первоначально. Сколько воды было во втором сосуде первоначально.

(10) Баржу начали разгружать 4 крана одинаковой мощности После того как они проработали 2ч., к ним присоединились еще 2 крана меньшей мощности и закончили разгрузку через 4 часа. Если бы все краны начали работать одновременно, то погрузка заняла *бы* 5,5ч. Определить, за сколько часов мог разгрузить баржу один кран меньшей мощности.

(11) Два туриста выходят одновременно навстречу друг другу из пунктов *А* и *В* и через несколько часов встречаются. Скорость первого туриста на 2 км/ч больше скорости другого туриста. Если скорость первого туриста уменьшить на 1 км/ч, то встреча произойдет на 20 мин. Позже. Определить скорость второго туриста, если расстояние между пунктами 30 км.

(12) Катер проплывает по реке расстояние от села до стоянки геологов за 3 ч, а обратно - за 4 ч. Найти время, за которое можно добраться на плоту от села до стоянки.

(13) Из города N в город *К* выехал грузовик, а через 1,5 ч вслед за ним выехал легковой автомобиль. Через 3 ч после выезда он догнал грузовик и остаток пути до К проехал за 4 ч. Сколько времени ехал грузовик от города *N* до города К?

(14) Пешеход и велосипедист отправляются одновременно навстречу друг другу из двух сел Простоквашино и Сметанкино, расстояние между которыми 30 км, и встречаются спустя 2 ч после отправления. Затем они продолжают свой путь, причем велосипедист прибывает в Простоквашино на 3 ч раньше, чем пешеход в Сметанкино. Найдите скорость велосипедиста.

Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович, Т.В. Колесникова, Л.О. Рослова. Алгебра. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9-ом классе.Москва, Просвещение, 2007

(15) Николай и Андрей живут в одном доме. Николай вышел из дома и направился к школе. Через 4 мин после него из дома вышел Андрей и догнал своего друга у школы. Найдите расстояние от дома до школы, если Николай шел со скоростью 60 м/мин, а скорость Андрея 80 м/мин.

(16) Мотоцикл, движущийся по шоссе со скоростью 60 км/ч, миновал пост ДПС. Через час мимо этого поста проехал автомобиль со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии от поста ДПС автомобиль догнал мотоцикл, если оба они ехали без остановок?

(17) Из города *А* в город В, расстояние между которыми равно 300 км, выехал автобус. Через 20 мин навстречу ему из *В* в *А* выехал автомобиль и через 2 ч после выезда встретил автобус. С какой скоростью ехал автомобиль, если известно, что она была на 20 км/ч больше скорости автобуса?

(18) Из города *А* в город *В,* расстояние между которыми 205 км, выехал автобус. Через 15 мин навстречу ему из В в А выехал мотоциклист и встретил автобус через 1 ч после выезда. С какой скоростью ехал автобус, если его скорость на 20 км/ч большее скорости мотоциклиста?

(19) Из пунктов *А* и *В,* расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от пункта *А.* Найдите скорость каждого, если известно, что пешеход, вышедший из *А,* шел со скоростью, на 1 км/ч большей, чем другой пешеход, и сделал в пути 30-минутную остановку:

(20) Из пунктов *А* и *В,* расстояние между которыми 34 км, выехали одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста. Мотоциклист, выехавший из *А,* ехал со скоростью, на 8 км/ч большей скорости другого мотоциклиста, и сделал в пути получасовую остановку. Найдите скорость каждого, если известно, что они встретились в 10 км от пункта *А.*

(21) Группа туристов отправляется на лодке от лагеря по течению реки с намерением вернуться обратно через 5 ч. Скорость течения реки 2 км/ч, собственная скорость лодки 8 км/ч. На какое наибольшее расстояние по реке они могут отплыть, если перед возвращением они планируют побыть на берегу 3 ч?

(22) Рыболов отправляется на лодке от пристани против течения реки с намерением вернуться назад через 5 ч. Перед возвращением он хочет побыть на берегу 2 ч. На какое наибольшее расстояние он может отплыть, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

(23) Моторная лодка отправилась по реке от одной пристани до другой и через 2,5 ч вернулась обратно, затратив на стоянку 15 мин. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки равна 18 км/ч, а расстояние между пристанями 20 км.

(24) Расстояние между двумя пристанями по реке равно 21 км. Моторная лодка отправилась от одной пристани до другой и через 4 ч вернулась назад, затратив на стоянку 24 мин. Найдите собственную скорость моторной лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

(25) Лодка может проплыть 15 км по течению реки и еще 6 км против течения за то же время, за какое плот может проплыть 5 км по этой реке. Найдите скорость течения реки, если известно, что собственная скорость лодки 8 км/ч.

(26) Катер проплывает 20 км против течения реки и еще 24 км по течению за то же время, за какое плот может проплыть по этой реке 9 км. Скорость катера в стоячей воде равна 15 км/ч. Найдите скорость течения реки.

(27) Клиент внес 3000 р. на два вклада, один из которых дает годовой доход, равный 8%, а другой — 10%. Через год на двух счетах у него было 3260 р. Какую сумму клиент внес на каждый вклад?

(28) В прошлом году в двух крупных городах области было зарегистрировано 900 дорожно-транспортных происшествий (ДТП). В текущем году число ДТП в первом городе уменьшилось на 10%, во втором — на 30%, и всего в этих городах было зарегистрировано 740 случаев ДТП. Сколько дорожно-транспортных происшествий было зарегистрировано в каждом из этих городов в прошлом году?

(29) Из пункта *А* в пункт *В,* расстояние между которыми равно 8 км, одновременно вышли два лыжника. Скорость одного из них на 4 км/ч меньше скорости другого. Лыжник, который первым прибыл в *В,* сразу же повернул обратно и встретил другого лыжника через 45 мин после выхода из *А*. На каком расстоянии от пункта *В* произошла встреча?

(30) Мастерская получила заказ сшить 60 одинаковых халатов к определенному сроку. Ежедневно в мастерской шили на 2 халата больше, чем требовалось для выполнения заказа в срок, поэтому уже за 4 дня до срока осталось сшить 4 халата. Сколько халатов в день шили в мастерской?

(31) Рабочий должен был обработать 80 деталей к определенному сроку. Он обрабатывал на 2 детали в час больше, чем планировал, и уже за 1 ч до срока обработал на 4 детали больше. Сколько деталей в час обрабатывал рабочий?

(32) Лесхоз планировал заготовить за несколько дней 216 новогодних елей. Первые три дня лесхоз выполнял установленную ежедневную норму, а потом стал заготавливать на 2 ели в день больше. Поэтому уже за 1 день до срока было заготовлено 232 ели. Сколько елей ежедневно заготавливал лесхоз в первые три дня работы?

(33) За определенное время на автозаводе должны были собрать 160 автомобилей. Первые 2 ч выполнялась установленная почасовая норма, а затем стали собирать на 3 автомобиля в час больше. В результате за 1 ч до срока было собрано 155 автомобилей. Сколько автомобилей в час планировали собирать первоначально?

(34) Два сотрудника типографии вместе набрали на компьютере 65 страниц, причем первый работал на 1 ч больше, чем второй. Однако второй набирает в час на 2 страницы больше, чем первый, и поэтому он набрал на 5 страниц больше. Сколько страниц в час набирает каждый сотрудник?

(35) Кондитер и его ученик вместе изготовили 140 пирожных, причем кондитер работал на 1 ч меньше, чем ученик. Известно, что кондитер изготавливает в час на 6 пирожных больше, поэтому он изготовил на 20 пирожных больше, чем ученик. Сколько пирожных в час изготавливает кондитер и сколько ученик?

(36) На двух копировальных машинах, работающих одновременно, можно сделать копию пакета документов за 10 мин. За какое время можно выполнить эту работу на каждой машине в отдельности, если известно, что на первой машине ее можно сделать на 15 мин быстрее, чем на второй?

(37) На двух множительных аппаратах, работающих одновременно, можно сделать копию рукописи за 20 мин. За какое время можно выполнить эту работу на каждом аппарате в отдельности, если известно, что при работе на первом для этого потребуется на 30 мин меньше, чем при работе на втором?

(38) Фирма *А* может выполнить некоторый заказ на производство игрушек на 4 дня быстрее, чем фирма *В*. За какое время может выполнить этот заказ каждая фирма, если известно, что при совместной работе за 24 дня они выполняют заказ в 5 раз больший?

(39) На дачном участке есть небольшой бассейн. Если подавать в него воду с помощью двух шлангов, то за 8 мин будет заполнено ^ бассейна. За какое время можно наполнить бассейн водой через каждый из шлангов в отдельности, если один из них наполняет бассейн на 10 мин быстрее, чем другой?

(40) Два строителя выложили стену из кирпичей за 14 дней, причем второй присоединился к первому через 3 дня после начала работы. Известно, что первому строителю на выполнение всей работы потребовалось бы на 6 дней больше, чем второму. За сколько дней мог бы выложить эту стену каждый строитель, работая отдельно?

(41) Два мастера оклеили обоями квартиры на этаже в новом доме за 15 дней, причем второй присоединился к первому через 7 дней после начала работы. Известно, что первому мастеру на выполнение всей работы потребовалось бы на 7 дней меньше, чем второму. За какое время мог бы выполнить эту работу каждый мастер, работая отдельно?

(42) Две снегоуборочные машины, работая вместе, могут очистить определенную территорию от снега за 4 ч. Если бы сначала первая машина выполнила половину работы, а затем ее сменила вторая, то на всю уборку снега ушло бы 9 ч. За какое время может очистить от снега эту территорию каждая машина в отдельности?

(43) На двух принтерах при их одновременном включении можно распечатать рукопись книги за 12 мин. Если бы сначала половину рукописи распечатали на первом принтере, а затем на втором закончили распечатку, то на всю работу ушло бы 25 мин. За сколько минут можно распечатать эту рукопись на каждом принтере в отдельности?

(44) Один автомобиль проходит в минуту на 200 м больше, чем другой, поэтому затрачивает на прохождение одного километра на 10 с меньше. Сколько километров в час проходит каждый автомобиль?

(45) Один пешеход проходит в минуту на 5 м меньше другого, поэтому на прохождение одного километра ему требуется на 50 с больше. Сколько километров в час проходит каждый пешеход?

(46) Из пунктов *А и В,* расстояние между которыми о км, одновременно вышли навстречу друг другу два пешехода. После их встречи пешеход, шедший из *А,* пришел в *В* через 24 мин, а шедший из *В* пришел в *А* через 54 мин. На каком расстоянии от пункта *А* встретились пешеходы?

(47) Из пунктов *А и В,* расстояние между которыми 15 км, одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. После их встречи велосипедист, выехавший из *А,* прибыл в *В* через 20 мин, а выехавший из *В* приехал в *А* через 45 мин. На каком расстоянии от пункта *В* велосипедисты встретились?

(48) Из пунктов M и N одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Пешеход, шедший из M, прошел до встречи на 1 км больше другого и пришел в N через 48 мин после их встречи. Второй пешеход пришел в N через 1 ч 15 мин после встречи. Найдите скорость каждого пешехода.

(49) Из города M в город N выехал грузовик. Одновременно из города N навстречу ему выехал легковой автомобиль. Грузовик приехал в N через 2 ч 30 мин после встречи. Легковой автомобиль проехал до встречи на 60 км больше, чем грузовик, и приехал в M через 24 мин после встречи. Найдите скорость каждого автомобиля.

(50) Турист и велосипедист одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов А и В. Они встретились через 1,5 ч, после чего каждый продолжил движение в своем направлении. Велосипедист прибыл в пункт А через 2 ч после выезда из Б. За какое время прошел путь от A до B турист?

(51) Автобус отправился из пункта A в пункт B. Одновременно навстречу ему *из B в A* выехал велосипедист. Через 40 мин они встретились, и каждый продолжил движение в своем направлении. Автобус прибыл в пункт B через 10 мин после встречи. Через какое время после встречи прибыл в A велосипедист?

(52) Дорога от поселка до станции идет сначала в гору, а потом под гору, при этом ее длина равна 9 км. Пешеход на подъеме идет со скоростью, на 2 км/ч меньшей, чем на спуске. Путь от поселка до станции занимает у него 1 ч 50 мин, а обратный путь занимает 1 ч 55 мин. Определите длину подъема на пути к станции и скорости пешехода на подъеме и на спуске.

(53) Дорога длиной 10 км от туристического лагеря до поселка идет сначала под гору, а затем в гору. Турист на спуске идет со скоростью, на 3 км/ч большей, чем на подъеме. Путь от лагеря до поселка занимает у него 2 ч 40 мин, а обратный путь занимает 2 ч 20 мин. Определите длину спуска на пути к поселку и скорости туриста на подъеме и на спуске.

(54) Автомобиль едет из A в B сначала 2 мин с горы, а затем 6 мин в гору. Обратный же путь он проделывает за 13 мин. Во сколько раз быстрее' автомобиль едет с горы, чем в гору?

(55) Автобус едет из А в В сначала 5 мин в гору, затем 3 мин с горы. Обратный же путь он проделывает за 16 мин. Во сколько раз быстрее автобус едет с горы, чем в гору?

(56) Из турбазы в одном направлении выходят три туриста с интервалом в 30 мин. Первый идет со скоростью 5 км/ч, второй — 4 км/ч. Третий турист догоняет второго, а еще через 4 ч догоняет первого. Найдите скорость третьего туриста.

(57) Две машины выехали одновременно из одного пункта и едут в одном направлении. Скорость первой машины 50 км/ч, а скорость второй на 20% больше. Через час из этого же пункта вслед за ними выехала третья машина, которая догнала вторую на 1 ч 20 мин позже, чем первую. Найдите скорость третьей машины.

(58) Из пункта А в пункт B выехал велосипедист, а через час вслед за ним выехал турист на мопеде, скорость которого на 25% больше скорости велосипедиста. Еще через час после этого из пункта A в пункт B выехал мотоциклист, скорость которого на 60% больше скорости туриста на мопеде. Велосипедист и турист прибыли в пункт B одновременно. На сколько минут раньше прибыл в B мотоциклист?

(59) Из пункта A в пункт B выехал автобус. Через 2 ч вслед за ним выехал трейлер, скорость которого на 50% больше скорости автобуса. Еще через час из А в Б выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20% больше скорости трейлера. Автобус и трейлер прибыли в B одновременно. На сколько минут позже прибыл в B легковой автомобиль?

(60) Из деревни на станцию выехал грузовик, а через 30 мин из деревни в том же направлении выехал легковой автомобиль, который догнал грузовик в 30 км от станции. После прибытия на станцию легковой автомобиль сразу же повернул назад и встретил грузовик в 6 км от станции. Сколько времени понадобилось легковому автомобилю, чтобы догнать грузовик?

(61) Два маршрутных такси с интервалом в 12 мин отправляются от станции к поселку, причем второе такси догоняет первое в 30 км от поселка. Прибыв в поселок, второе такси сразу же поворачивает назад и встречает первое в 5 км от поселка. Через сколько минут после выезда со станции второе такси догнало первое?

(62) Плот проплывает путь из А в Б за 12 ч, а моторная лодка — за 3 ч. За какое время моторная лодка преодолеет такое же расстояние в стоячей воде?

(63) Плот проплывает путь из А в Б за б ч, а моторная лодка — путь из Б в А за 2 ч. За какое время моторная лодка преодолеет такое же расстояние в стоячей воде?

(64) Из пункта A в пункт B, расположенный ниже по течению реки, отправляется плот. Одновременно навстречу ему из пункта B выходит катер. Встретив плот, катер сразу поворачивает и идет вниз по течению реки. Какую часть пути от А до Б пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт Б, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

(65) Из пункта А в пункт B, расположенный выше по течению реки, вышла баржа, собственная скорость которой втрое больше скорости течения. Одновременно навстречу ей из пункта B отправился плот. Встретив плот, баржа сразу повернула назад и пошла вниз по течению реки. Какую часть всего расстояния от А до Б останется проплыть плоту к моменту прибытия баржи в пункт А?

(66) Из пункта А в пункт Б отправились одновременно вниз по течению реки плот и катер. Пока плот плыл со скоростью 3 км/ч по течению реки, катер прибыл в пункт Б, затем совершил обратный рейс в пункт А и вернулся снова в пункт Б одновременно с прибытием плота. Какова собственная скорость катера?

(67) Из пункта А в пункт Б отправились одновременно вниз по течению реки плот и теплоход. Пока плот плыл со скоростью 2 км/ч по течению реки, теплоход успел прибыть в пункт Б и вернуться обратно в пункт А, затем еще раз совершить рейс из пункта А в пункт Б и обратно и, наконец, прибыть в пункт Б одновременно с плотом. Какова собственная скорость теплохода?

(68) Турист добирался до места слета на велосипеде, на лодке, а затем пешком. Если бы путь на велосипеде занял у него в 3 раза меньше времени, на лодке — в 6 раз меньше, а пешком — в 4 раза меньше, то на всю дорогу у него ушло бы 2 ч. Если бы на велосипеде он также ехал в 3 раза меньше времени, на лодке — в 1,5 раза меньше, а пешком — в 2 раза меньше, то добрался бы до места слета за 3 ч. Сколько времени занял у него весь путь?

(69) Ученик выполнил домашние задания по трем предметам: математике, физике и русскому языку. Если бы задание по математике он выполнил в 5 раз быстрее, по физике — в 2 раза быстрее, а по русскому языку — в 2,5 раза быстрее, то на выполнение всей домашней работы у него ушло бы 2 ч. Если бы задание по математике было выполнено в 2 раза быстрее, по физике — в 4 раза быстрее, а по русскому языку — в 3 раза быстрее, то вся работа заняла бы у него 1 ч. Сколько времени выполнял ученик домашние задания по трем предметам?

(70) Рабочий день двух мастеров Иванова и Петрова оплачивается по-разному. Оба мастера проработали одинаковое количество дней. Если бы Иванов работал на один день меньше, а Петров — на 5 дней меньше, то Иванов заработал бы 7200 р., а Петров — 8000 р. Если бы, наоборот, Иванов работал на 5 дней меньше, а Петров — на один день меньше, то Петров заработал бы на 3600 р. больше, чем Иванов. Сколько заработал каждый мастер в действительности?

(71) Рабочий день мастера и его ученика оплачивается по-разному. Они проработали одинаковое количество дней. Если бы мастер работал на один день меньше, а ученик — на один день больше, то они заработали бы поровну. Если бы, наоборот, мастер работал на один день больше, а ученик - на один день меньше, то мастер заработал бы 3600 р., а ученик — 1600 р. Сколько заработал каждый из них в действительности?

(72) Одна мельница может смолоть 38 ц пшеницы за 6 ч, другая — 96 ц за 15 ч, третья — 35 ц за 7 ч. Как распределить 133 т пшеницы между мельницами, чтобы они мололи зерно в течение одного и того же времени?

(1) Маша может напечатать 10 страниц за 1 ч, Таня — 4 страницы за 0,5 ч, а Оля — 3 страницы за 20 мин. Как девочкам распределить 54 страницы текста между собой, чтобы каждая работала в течение одного и того же времени?

(73) Четыре бригады должны разгрузить вагон с продуктами. Вторая, третья и четвертая бригады вместе могут выполнить эту работу за 4 ч; первая, третья и четвертая — за 3 ч. Если же будут работать только первая и вторая бригады, то вагон будет разгружен за 6 ч. За какое время могут разгрузить вагон все четыре бригады, работая вместе?

(74) Для откачивания воды из резервуара имеется четыре насоса. Если включить первый, второй и третий насосы, то работа будет выполнена за 10 мин; если включить первый, третий и четвертый насосы, то та же работа будет выполнена за 12 мин. Если же будут работать только два насоса, второй и четвертый, то работа будет выполнена за 15 мин. За какое время можно откачать воду из резервуара при помощи всех четырех насосов?