I. Введение

Метод моделирования является неотъемлемым и важнейшим элементом не только научного познания, но и всей человеческой деятельности.

Исследовательская, инженерная и учебная работа есть **непрерывный и всесторонний процесс абстрагирования и конкретизации, создания описательных, объяснительных, предсказующих, преобразовательных моделей – что и составляет основу процесса моделирования.** Для настоящего периода характерен процесс создания моделей (преимущественно математических) процессов окружающего мира, человеческого бытия, мыслительной деятельности, которые затем преобразуются в компьютерные модели, используемые не только в науке и технике, но и в нашем быту, например, модели по дизайну квартиры, по финансовому ведению домашнего хозяйства и т.д. Большое значение теория моделей имеет в мировоззренческом плане, в теории познания.

Поэтому является очень важным исследовать этот метод как метод учебной деятельности учащегося, в частности – на уроке математики.

Вот что пишет Л.М. Фридман о моделировании как содержательном элементе образования: «Модельный характер изучаемых понятий … представляет педагогическую проекцию изучаемых наук, а вся наука есть система развивающихся знаний об определенной области или стороне действительности… процесс моделирования стал одним из основных методов научного исследования, … обладает огромной эвристической силой, позволяет свести изучение сложного к простому, неосознанное и неосязаемое к осознанному и осязаемому…. Как показывают эксперименты, явное введение в содержание образования понятий модели в научном познании существенно меняет отношение учащихся к самому учебному процессу, делает их деятельность более осмысленной и продуктивной…. Исследования показали также возможность овладения методом моделирования учащихся младшего школьного возраста»[1]. Приведем еще одно высказывание. А.Н. Хинчин: «Не менее тяжким следствием формализма математических знаний мы должны, наконец, признать почти полную мертвенность, бесполезность такого рода знаний в формировании научного мышления»[2].

1. Определение модели. Процесс моделирования.

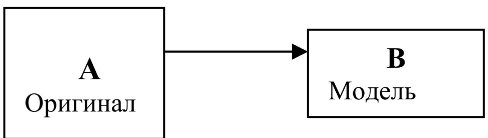
Анализ литературы, в которой применяется термин «модель», показывает, что этот термин употребляется в двух значениях: 1) в значении теории (**абстрактная модель**) и 2) в значении объекта (или процесса), который этой теорией отражается (**конкретная модель**).

Последовательно рассматривая основные значения термина «модель», автор монографии «Моделирование и философия» В.А. Штофф предлагает следующее определение: «**Под моделью понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая и воспроизводя объект, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об этом объекте**»[3]. Рассматривая роль моделей, В.А. Штоф приходит к новому пониманию модели как **средства** и **объекта** исследования.

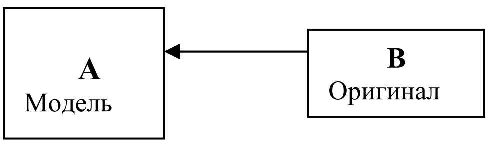
«Моделирование это есть процесс использования **моделей** (оригинала) для *изучения* тех или иных свойств **оригинала (преобразования оригинала)** или замещения **оригинала моделями** в процессе какой-либо *деятельности»*[4] (например, для преобразования арифметического выражения можно его компоненты временно обозначить буквами).

Авторы работы поставили целью дать **описательную** графическую **модель** процессов **моделирования**. Изучение процессов моделирования средствами взятых из нее моделей есть **«метамоделирование».** Поэтому мы назвали наши модели «**метамоделями**».

Будем изображать оригинал и его модель прямоугольниками, а процесс перехода от оригинала к модели – стрелкой (см. рисунок), ведущей от оригинала к модели.



Обратный переход тоже является процессом моделирования. При этом модель становится оригиналом, а оригинал – моделью.



Иногда, отвлекаясь от различий между оригиналом и моделью, мы будем и то, и другое называть моделями.

2. Типы моделей в зависимости от рода их существования.

1. Многовековая практика использования моделей породила обилие форм и типов моделей. В современной научной литературе различают два типа моделей: **материальные и идеальные**. **Материальные** модели функционируют по законам своего бытия (компьютер, например, деревянная модель корабля и т.д.). **Идеальные** же модели, хотя и могут быть воплощены в материальную форму, работают по законам человеческого мышления, логики (слова, чертежи, знаки). Среди идеальных моделей в особую группу следует выделить **знаковые** модели (например, математические модели экономических процессов на основе теории графов).

Конкретная практика в той или иной области усиливает градацию моделей. Так, в школьной практике точка изображается пятнышком на листе бумаги или на доске. Это материальная (физическая) модель точки, но ее специфика позволяет дать ей столь же специфическое название: "изображение точки", т.е. имеем **изобразительную** модель точки как частный случай знаковой модели.

3. Типы моделей в зависимости от рода их существования [5].

Моделирование является многофункциональным. Т.е. оно используется самым различным образом для различных целей на различных уровнях (этапах) исследования или преобразования.

Эта универсальность и многофункциональность метода моделирования объясняются тем, что для установления связи между моделью и оригиналом, исследователь, в зависимости от своих задач, может отбирать различные характеристики оригинала.

Это и функции **описания** /географические карты, астрономические карты/, **измерительная** функция /модель самолета позволяет обсчитать параметры реального полета/, **объяснительная** /искусственный отбор для Дарвина явился объяснительной основой естественного отбора/, **предсказательная (**расчет будущего расположения небесных светил**)**, и **ретросказательная** /объяснительное написание истории возникновения тех или иных залежей полезных ископаемых в геологии/ и т.д.

Мы систематизируем их следующим образом: <u>описательная</u>, <u>объяснительная</u> (включая и ретросказательные**), <u>предсказующая</u> (**включая и ретросказательную, если в них есть предсказания**), <u>преобразовательная</u> (**с возможным включением вычислений**)** функции**.**

Преобразовательная функция понимается в следующих смыслах: 1) переход от оригинала к модели /и обратно/, 2) изменение структуры объекта, не нарушающее его имени (*примером может быть шарнирный параллелограмм: вращение сторон вокруг шарниров преобразует параллелограмм в другие параллелограммы*). 3) Наблюдение: выявление количественных характеристик и предикативных связей как в стационарном состоянии системы, так и в процессе того или иного типа преобразований (*так, в результате преобразований на модели шарнирного параллелограмма устанавливается экспериментальным образом тот факт, что диагонали, вообще говоря, не равны, но всегда делятся точкой пересечения пополам*).

Описательная функция состоит в описании результатов наблюдения на речевом уровне, с помощью схем, таблиц и т.д. Речевой текст, таблицы, схемы **являются моделями**, систематизирующими результаты наблюдения. Очень важным моментом этого процесса является выбор такого способа описания, который **при минимальной затрате усилий на чтение,** позволил бы **восстановить** все моменты наблюдения в той последовательности, которая **удобна** для выполнения последующих функций.

Объяснительная функция предполагает истолкование результатов наблюдения и их упорядочивание с помощью еще какой-нибудь модели (не считая описательной).

Например, составление экспериментального графика изменения длины стержня в зависимости от его температуры есть *описательная модель*. Найденная аналитическая функция (формула) этой зависимости также есть *описательная модель*, но иного порядка. Что касается физического объяснения этой аналитической функции, то объяснение является *объяснительной моделью*. Хотя, в каком-то отношении, саму аналитическую функцию можно считать *объяснительной* по отношению к графической модели: на вопрос «почему?» - аналитический ответ. Т.е. понятия описательности и объяснительности являются относительными понятиями. Схема же эксперимента или сам эксперимент на разных этапах работы могут быть названы *преобразовательными* моделями.

Предсказательная функция предполагает возможность с помощью модели **предсказывать** эмпирические факты и явления и **указывать способы** их экспериментального обнаружения (верификации) или опровержения (фальсификации).

В соответствии с этим имеем **<u>описательную</u>, <u>объяснительную</u>, <u>предсказующую</u>, <u>преобразовательную</u>** модели**. Чаще всего именно предсказующие модели в науке называются научными дисциплинами и теоретическими системами.**

4. Процесс моделирования.

Субстанция (материал) модели.

Моделирование предполагает три момента:

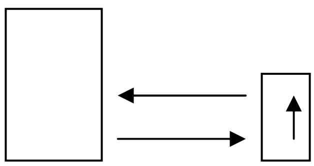
1. **Объект, подвергаемый изучению или преобразованию, заменяется специально подобранной моделью**. При этом необходимые элементы или свойства оригинала формулируются на «языке» модели. *Например, подводное течение для расчета скоростей и траекторий заменяется математической моделью. Или: при графическом моделировании задачи на работу объем работы моделируется с помощью отрезка соответствующей длины на оси абсцисс, время – отрезком на оси ординат, скорость – углом наклона графика к оси x.*

2. **Производится процесс изучения или преобразования модели.** *Например, в математической модели подводного течения решаются уравнения, производятся расчеты. В задаче на работу графическая модель сначала заменяется символической моделью (списком формул для выражения тех или иных величин), наконец, получаем алгебраическую модель в виде уравнения. На этом этапе производится процесс преобразования алгебраической модели до тех пор, пока не получим решение уравнения.*

3. **Производится возвратный перенос полученных результатов** (или даже – самого процесса) на оригинал. *Например, результаты расчетов в математической модели подводного течения истолковываются на языке гидрологов, т.е. делаются выводы о самом подводном течении. А корни уравнения в задаче на работу истолковываются как одна из механических величин задачи. Затем находятся и другие величины.*

Рассмотрим это на примере преобразовательной модели школьного кабинета. 1 этап: в виде прямоугольников рисуются столы, а точками – ученики, сидящие за ними. 2 этап: производится перемещение точек по этим прямоугольникам. 3 этап: ученики рассаживаются согласно произведенным изменениям на модели.

Трехэтапность процесса моделирования изобразим так:



Вертикальная стрелка означает логическое или динамическое преобразование модели внутри себя: доказательство теорем, расчеты, преобразования (например, обдувание модели самолета в аэродинамической трубе) и тому подобное.

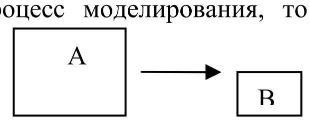
Модель, как правило, раскладывается на некоторые элементарные части-элементы. Субстанция элементов модели, которых нет в оригинале, мы называем **субстанцией** (или материей, **материалом**) модели[6]. В. качестве субстанций физических тел мы полагаем физическую реальность. *Например, субстанцией бумажной модели корабля является бумага, субстанцией математического знака является его начертание на бумаге или психофизиологический образ человеческого сознания.*

5. Абстрагирование в процессе моделирования.

1. В школьной учебной практике мы бы выделили следующую классификацию учебных моделей: абстрактная, конкретная, смещенная, интерпретирующая, стандартная, полная, слитная, искусственно-аналитическая, естественно-синтетическая[7]. **Ограничимся абстрактной, конкретной, смещенной и стандартной.**

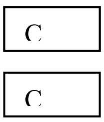
2. **Если в процессе создания модели производится операция отвлечения** / абстрагирования/**, в результате которой устанавливается взаимно однозначное соответствие между элементами и предикатами (отношениями между элементами)** объекта-оригинала**, с одной стороны, и элементами и предикатами** модели**, с другой, то мы имеем абстрагирующее** моделирование[8]**.** Т.е., отвлекаясь от некоторых свойств объекта, получаем абстрактную модель. В качестве примера можно взять рассмотренную выше преобразовательную модель школьного кабинета. Изображая столы и учеников в виде прямоугольников и точек, мы отвлекаемся от других **предметов** школьного кабинета (т.е. отвлекаемся от **элементов** оригинала), а также отвлекаемся от формы и многих других физических и химических **свойств** этих элементов (т.е. отвлекаемся от **предикатов**). При этом мы имеем **взаимно однозначное соответствие** между каждым изображенным прямоугольником и столами в классе, между изображенными точками и учениками.

Если мы договоримся по вертикали откладывать качественно разнородный **материал** моделей, а по горизонталям сам процесс моделирования, то процесс абстрагирующего моделирования будет выглядеть следующим образом:



Высокий прямоугольник означает оснащенную (**конкретную**) модель. Низкий – **абстрактную** модель. Разность между площадями прямоугольников означает оснащение (**материал**, материю), отличающее оригинал от модели. **Общая часть площади** по высоте означает те элементы и предикаты оригинала, которые сохраняются при моделировании (т.е. от них мы не отвлекаемся).

В случае невозможности изобразить материал одним отрезком, мы можем использовать серию отрезков. Таким образом, модель может быть изображена несколькими прямоугольниками – один над другим:



6. Конкретизация в процессе моделирования.

Приписывая объекту дополнительные свойства (материал моделирования), получаем конкретную модель. Равно, как процесс отвлечения (абстрагирования) и приписывания (оснащения) носит название абстрагирующего моделирования, процесс оснащения носит название конкретизирующего моделирования, или ***интерпретации.***

Например, обращаясь к рассмотренному выше процессу моделирования школьного кабинета, мы можем графическое изображение положить в качестве оригинала, а класс, в котором за столами сидят ученики - в качестве модели. Т.е. произвести **обратный** процесс моделирования. В отличие от прямого моделирования, этот процесс является конкретизирующим.

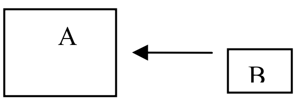
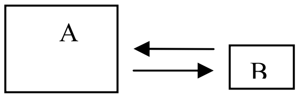


Рисунок показывает, что при переходе от оригинала «B» к модели «A» происходит наращивание высоты, т.е. приобретение дополнительной «субстанции» (материала), который, с точки зрения «B», является **балластом,** а с точки зрения моделирующего, является удобным средством для работы, производимой или полностью самим моделирующим (в случае идеальной модели), или по законам самой моделью (в случае материальной модели).

Еще пример: если геометрическую точку взять в качестве **оригинала**, то кусочек мела может быть рассмотрен как **конкретная модель** этой точки. Конкретной она будет потому, что при переходе от геометрической точки к кусочку мела, мы оснащаем точку химическими и физическими и даже геометрическими свойствами, не присущими точке (например, - размерами). Т.е. оснащаем точку **материалом**. В свою очередь, если за **оригинал** взять кусочек мела, то точка является его **абстрактной моделью**.

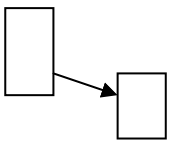
На следующем рисунке изображены два взаимно-обратных процесса: абстрагирующее и конкретизирующее моделирования.



Другие примеры, связанные с точкой: точками изображаются города на географической карте, звезды на звездной карте. Эти модели могут быть описательными, но они превращаются в преобразовательные, если мы начинаем планировку расположения этих городов. Они становятся объяснительными, если располагая звезды-точки, мы начинаем объяснять звездные затмения и т.д. Эти примеры еще раз показывают многофункциональность процесса моделирования, когда даже одна модель может выполнять различные функции (описательную, объяснительную и др.), не говоря уже о том, что у объекта может иметься и несколько моделей. Так, например, город, который мы изображаем точкой ради одних задач, ради других задач будет изображен в виде некоего архитектурного плана или какого-либо графа.

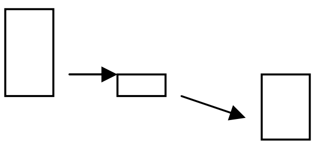
7. Смешанное моделирование.

Если при моделировании производится **отвлечение о**т одних элементов и предикатов **и приписывание** других**,** то имеем **смешанное** (смещенное) **моделирование**[9]**.** Например, отвлекаясь от физико-химических свойств натянутой нити и от ее толщины (получаем пространственный отрезок) и приписывая нити бесконечную протяженность, мы получаем прямую линию. Этот процесс изображен на следующем рисунке.

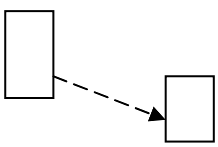


Общая часть этих прямоугольников (по высоте) символизирует пространственный отрезок, который после оснащения бесконечной протяженностью превращается в прямую.

Этот процесс может быть разбит на поэтапные процессы.

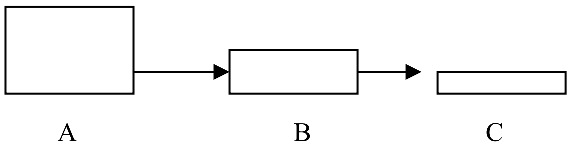


Если мы хотим подчеркнуть поэтапность процесса моделирования, но не хотим изображать промежуточную модель, мы можем это показать пунктирной стрелкой.

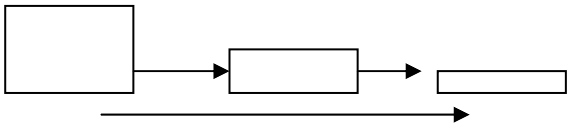


Примечание: чистого абстрагирования нет, так как в любом процессе абстрагирования есть оснащение собственным материалом. Просто будем считать материал **нулевым**, если он представляет собой психофизиологический образ, т.е. содержится в нашем мышлении.

8. Цепочка моделей.

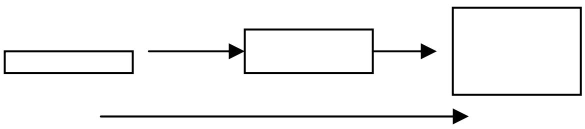


На этом рисунке представлена последовательность абстрагирующих моделирований. Будем называть ее цепочкой. Отвлекаясь от промежуточной модели В, получим моделирование от А к С, называемое **композицией моделирований (АВ) и (ВС)**: «**(АВ)+(ВС)=(АС)». Мы видим, что композиция двух абстрагирующих моделирований есть абстрагирующее моделирование**. Графическое изображение приведенной формулы следующее:

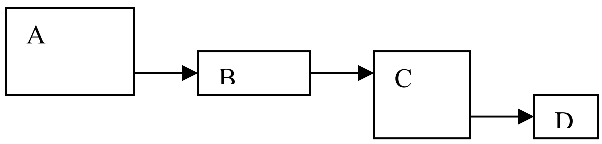


А графическое изображение результата выглядит так:

Аналогичным образом обстоит дело с конкретизирующим моделированием (с интерпретацией)



На следующем рисунке изображена цепочка абстрагирующих и конкретизирующих моделирований.



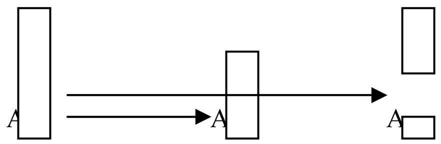
Эта цепочка изображает следующую последовательность моделирований:

«А» это есть **совокупность** предметов. Отвлекаясь от всех свойств этой совокупности, за исключением количественных (взаимно однозначного соответствия с другими совокупностями), мы получим «**количество**» (т.е. модель «В»). Эта модель существует только в нашем воображении (т.е. имеем идеальный психофизиологический образ). Для материализации этой модели в знаковую, используем число. Полученную числовую модель обозначим через «С». В качестве «**D»** мы берем **алгебраическое (буквенное) изображение числа**. На рисунке показано, что «А» и «С» оснащены по сравнению с «В» различным материалом. Что же касается «В» и «D», то они находятся на непересекающихся уровнях, что говорит о том, что материалы этих моделей совершенно различные. (Напомним, что одинаковые материалы мы отмечаем одним уровнем по вертикали, разные – разным уровнем по вертикали).

9. Многозначность направленного моделирования (абстрагирование).

В качестве первого направления выберем процесс абстрагирования.

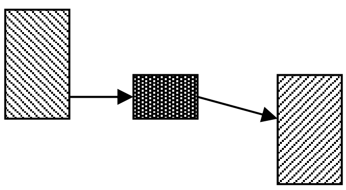
Если у нас есть конкретный оригинал, то для изучения одной группы свойств мы можем построить одну абстрактную модель (отвлекаясь от всех остальных свойств), а для изучения другой группы свойств – другую модель. **Т.е. абстрагироваться от данного оригинала можно многими способами.**



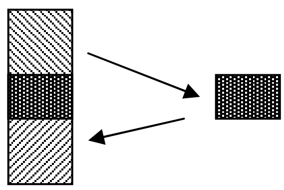
Здесь A_1 и A_2 две различные абстрактные модели оригинала А.

Прежде, чем продолжить рассматривать опрос о многозначности, введем новые метамодели. Согласно только что сказанному, можно сделать вывод, что и для изложения теории моделей полезно иметь различные системы моделирования этих теорий. Уже использованную нами графическую систему метамоделирования назовем «**метамоделью 1**».

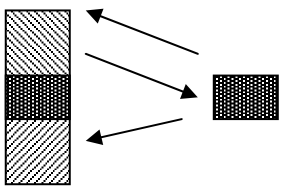
Метамодель 2: Договоримся отмечать процесс **абстрагирующего** моделирования стрелкой, идущей **слева направо**, а процесс **конкретизирующего** – стрелкой **справа налево**.



Цепочка моделирований (метамодель 1)

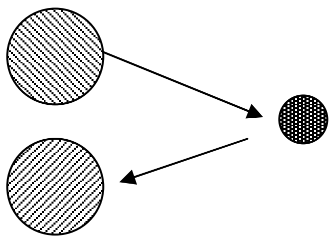


Цепочка тех же самых моделирований (метамодель 2)

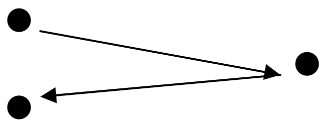


На этом рисунке три процесса моделирования: после получения абстрактной модели мы производим два конкретизирующих моделирования. Одно из них возвращает нас к исходному оригиналу, а второе дает совершенно новую конкретную модель.

Метамодель 3 (ветвистая): Если при построении метамодели мы отвлечемся от необходимости указывать **общий** материал моделей, то получим **третью метамодель**: ветвистую, при которой каждая модель изображается **кружком (прямоугольником)**: переход от меньшего кружка (прямоугольника) к большему – конкретизирующее моделирование, а от большего к меньшему – абстрагирующее. Расположение по вертикалям при этом – **произвольное**. Однако, как и во второй модели будем соблюдать направление моделирования.

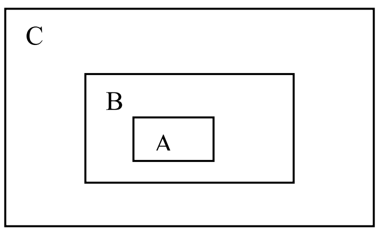


Метамодель 4 (ветвистая точечная): Возьмем метамодель 4. Отвлекаясь от изображения абстрагирования или конкретизации, и изображая модели точками, получим метамодель 4.



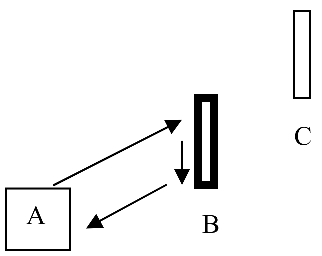
Метамодель 5 (теоретико-множественная):

Модели изображаются включенными одна в другую фигурами. При этом абстрактная модель есть часть конкретной. Теоретико-множественная разность между ними есть материал оснащения конкретной модели или то же самое, что материал, от которого абстрагируется абстрактная модель.



В связи с тем, что абстрактной модели соответствует множество конкретных, есть необходимость выделения одной из этих конкретных в качестве **<u>стандартной</u>**. Например, разжатые пальцы представляют стандартную модель числа; а в качестве стандартной числовой модели уравнения ах=в можно положить $2\cdot3=6$. Остальные числовые модели уравнения мысленно образуются из стандартной путем динамических операций: уменьшая, увеличивая числа получаем $3\cdot5=15$ и т.д.. Стандартная модель позволяет установить или напомнить способы решения уравнений типа: ах=с свойства и подтвердить их на всевозможных «динамических вариациях». Следующий этап - доказательная модель.

Стандартную модель изображаем жирным контуром



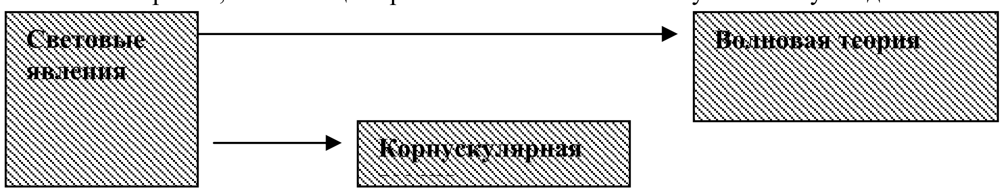
«А» – алгебраическая модель уравнения (оригинал). «В» – одна из числовых моделей. Если мы выбираем числовую модель в качестве стандартной, то показываем факт выбора жирным шрифтом на чертеже. Поскольку из алгебраической модели сначала происходит изъятие букв, и замена их совершенно иным, числовым, материалом, то по высоте прямоугольники А и В не пересекаются. Поскольку информации в цифровой записи, вообще говоря, больше, чем в буквенной, прямоугольник В выше, чем А.

В качестве стандартной метамодели из перечисленных пяти выберем вторую.

Введем понятие рабочего аспекта оригинала. Рабочим (значимым) аспектом оригинала называются те его элементы и предикаты (отношения между элементами), которые нас интересуют в тот или иной момент времени. Значимая (рабочая) область оригинала в метамодели 1 штрихуется, а незначимая остается без штриховки. В метамодели 2 незначимая часть вообще **может опускаться**.

Полной моделью (или системой моделей) называется такая модель (система моделей), которая отображает (ют) все свойства рабочей части оригинала.

В качестве примера можно привести две модели светового явления: волновую и корпускулярную модели светового процесса. Вместе взятые они отражают все ныне экспериментально наблюдаемые свойства света. Таким образом, в настоящее время они составляют полную систему моделей светового явления.



10. Многозначность направленного моделирования (конкретизирование).

Точно также, как любой оригинал может иметь множество абстрактных моделей, он может иметь множество конкретных моделей (воплощений, интерпретаций)

<u>**Сначала пойдем по пути абстрагирования**</u>. В качестве примера рассмотрим **модели точки**[10]. Возьмем некоторое физическое тело, в общем случае движущееся относительно некоторой системы отсчета. Остановим тело /хотя бы с помощью фотографии или мысленной фиксации/. Отвлечемся /абстрагируемся/ от его размеров, для чего в качестве вспомогательного средства осуществляем мысленное стягивание тела к тому, что мы. предполагаем его центром. Если выбранное тело - одушевленное, получаем "**воспринимающую** точку (**одушевленную точку**)". Можно рассмотреть и такие градации как: **осознающая** точка, **волевая** точка и т.д. Если мы отвлечемся от психических и биологических свойств воспринимающей точки, то получим "**материальную** точку" Отвлекаясь от всех физико-химических свойств материальной точки, за исключением ее кинематических свойств, получаем "**кинематическую** точку". Отвлекаясь от всех механических свойств кинематической точки /т.е. свойств описываемых с помощью понятий, связанных с движением: времени, скорости, траекторий и т.д./, получим "**пространственную** точку". Пространственная точка не обладает, строго говоря, физической субстанцией. Пространственная точка зарождается как на представление о ней в результате мысленного процесса абстрагирования. Поэтому субстанция пространственной точки либо психофизиологическая (на уровне воображения), либо комбинация физической реальности и психофизиологической: изображение точки + ее психофизиологический образ. Сама же точка, в случае необходимости, может быть названа абстрактной моделью мелового кусочка. (*Необходимость в абстрактном моделировании возникает и при изображении городов на географической карте в виде моделирующих их «точек» или кружочков. Впрочем, «точка» на карте – это, если быть точным, не сама точка, а ее знаковая модель. В результате имеем*

композицию двух моделирований: абстрагирующего и конкретизирующего. Поэтому изображение на карте являет пример ***смешанного моделирования)***.

На уровне теоретической системы (т.е. в геометрии) мы имеем дело уже с геометрической точкой, которая в совокупности с другими основными понятиями определяется через систему аксиом. Чтобы получить **геометрическую** точку из пространственной, необходимо отвлечься и от **месторасположения** пространственной точки, оставляя лишь *ее свойства по отношению к другим пространственным объектам*, также преобразованным в результате аналогичного отвлечения. Так что пространственная точка является конкретной интерпретаций (стандартной) геометрической точки, которой приписывается месторасположение. *Отвлекаясь и от свойств,* мы получаем уже чисто **синтактическую** точку (она обладает лишь одним свойством – именем, отличающим ее от других). **Получается следующий ряд: одушевленная точка, материальная, кинематическая, пространственная. Далее идут: геометрическая**, **синтактическая точка.** Впереди этого ряда следует добавить физическое тело или локальное явление.

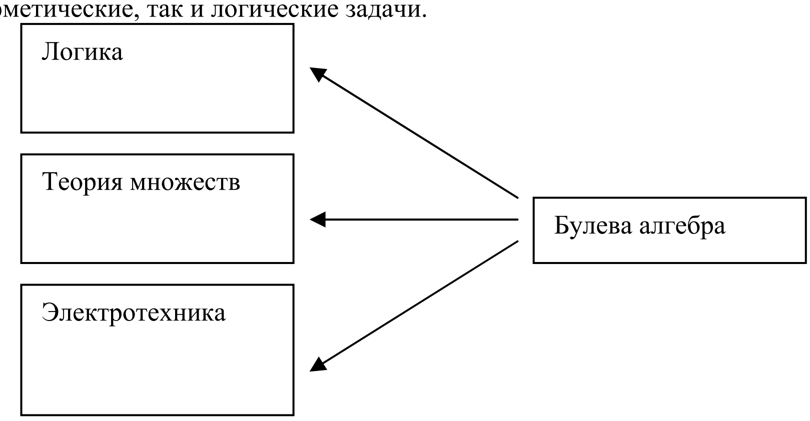
<u>А теперь пойдем по этому ряду в обратном направлении.</u>

Геометрические точки и прямые это такие объекты-символы, которые, по договоренности, удовлетворяют «**правилам игры**», называемых «**аксиомами**». Как и любая абстрактная система, система геометрических точек и прямых (и вообще – геометрия) может иметь разные варианты интерпретаций, отличных от стандартной.

Одной из конкретных моделей **геометрической** точки, как уже было сказано, является **пространственная** точка (стандартная модель), а конкретной (материальной) моделью пространственной точки является уже **материальное** тело. Переход от геометрической точки к пространственной (от геометрической прямой к пространственной) и далее – к физическим точкам, прямым …, т.е. - **к физическому пространству,** является лишь **одним из возможных** процессов конкретизирующего моделирования (интерпретации аксиом).

Возможны иные интерпретации. Достаточно перед плоскостью с выделенными на ней точками и прямыми поставить кривое зеркало, чтобы получить в нем иную интерпретацию. «Прямые» искривленной зеркальной плоскости будут выглядеть, как и пространственные кривые и т.д. Тем не менее, при соответствующем истолковании аксиом геометрии на искривленном зеркале, все теоремы планиметрии будут выполняться.

Процесс многозначной интерпретации удобно проиллюстрировать на примере **булевой алгебры**, которая в настоящее время имеет теоретико-множественную, логическую, электротехническую, арифметическую интерпретации, которые позволяют электронно-вычислительным средствам через электротехнические средства решать как арифметические, так и логические задачи.



Метамодель 3

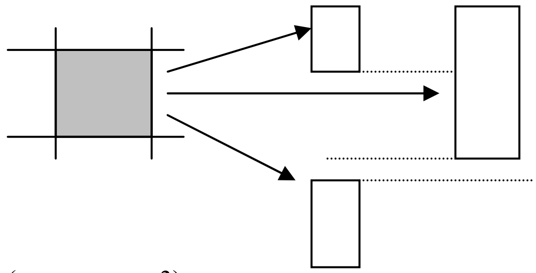
11. МОДЕЛЬ, ТЕОРИЯ ПОЗНАНИЯ, ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА, КРИТЕРИИ ИСТИНЫ.

1. В основе научной методологии и теории познания лежат познание **целесообразности** и познание **истины**.

2. Модельное познание истины предполагает, что сама «реальность»– «объемная, рельефная», а наше **знание** о реальности – «плоское, фотографическое». Модель (теоретическая система, например) – это **«плоская фотография (объемной) скульптуры»**. Если эта «скульптура» – принадлежит **внешнему** миру, то наши знания о ней сводятся к множеству всех «**ее фотографий**» или к некоторому базовому их множеству. Образно выражаясь, мы можем видеть скульптуру лишь через ее фотографии - в профиль, в анфас, сверху ... Такова **рабочая модель** взаимоотношения между «внешним миром» и его теоретическим осмыслением[11].

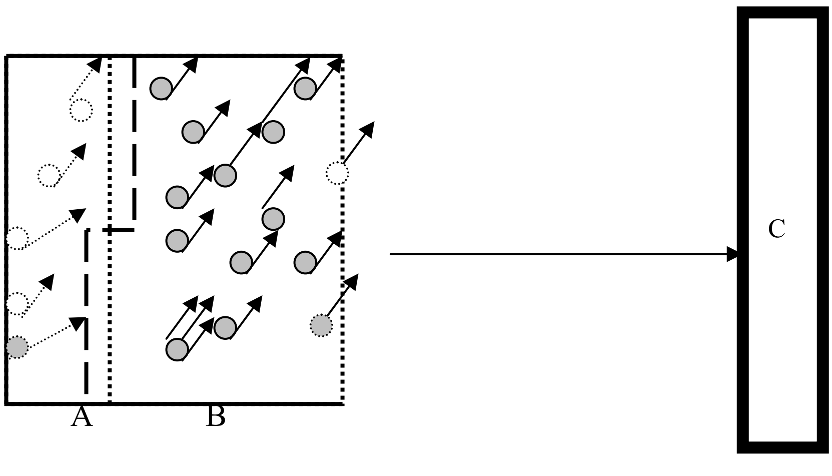
Что же касается «фотографий», то под ними мы понимаем и **теоретические** системы (мир знания), и систему восприятия человеком внешнего мира через органы чувств (**феноменальные** системы).

Теория моделей не может базироваться на какой-либо одной философской системе. Если представить себе **плоскую** скульптуру, то одна из «фотографий» будет ей идентична. Поэтому рассмотренная только что метамодель вбирает себя как точку зрения сторонников Платона в теории познания, так и ту точку зрения, согласно которой возможно видеть все «тайны мира».



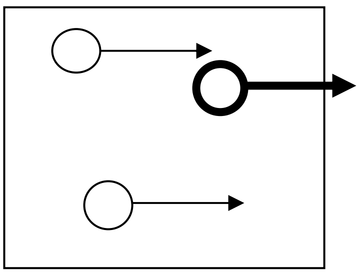
На рисунке (метамодель 3) показана «скульптурная реальность» и ее три модели. Пунктиром отмечены возможные уровни материальности этих моделей. Разные направления стрелок символизируют изучение разных свойств оригинала.

3. Модель (как теоретическая система) строится по неким общим правилам, из которых наиболее важными в данном случае являются: словарь терминов, синтаксис, правила вывода, начальные понятия и знания о них в виде системы аксиом, определяемые понятия и выводные знания (теоремы) – т.е. **внутренние структурные элементы**. К **внешним** элементам теоретической модели можно отнести способ интерпретации внутритеоретических понятий, способы их «**экспериментальной**» верификации (проверки) и фальсификации (опровержения). В результате такой «реальной» интерпретации мы обнаруживаем **внешние** объекты, т.е. объекты реального мира, которые составляют **область применения (действия)** этой модели[12], называемую еще как рабочую область или рабочий аспект.



Здесь «А» - словарь терминов, синтаксис, правила вывода, начальные понятия и знания о них в виде системы аксиом в конечном количестве. «В» - определяемые понятия и выводные знания в неопределенном количестве (см. пунктир справа). Линия раздела - двойная, что символизирует **возможность изменения** систем аксиом и неопределяемых понятий в пределах данной теоретической системы. Разбросанные стрелки означают **высказывания**, а кружочки – **понятия**. В части «А» имеем неопределяемые понятия (и некоторое количество определяемых)и аксиомы. Аксиомы изображены пунктирными стрелками. В части «В» – определяемые понятия и теоремы. Некоторые стрелки выходят за границы области, что символизирует возможность расширения теоретической системы. Прямоугольник «С» – одна из практических интерпретаций теоретической системы. Жирные границы символизируют выбор наиболее употребительной (**стандартной** интерпретации, *например, - пространственной интерпретации евклидовой геометрии, или логической интерпретации булевой алгебры*). Большее расположение прямоугольника «С» по высоте, чем прямоугольника, изображающего теоретическую систему, означает, что «С» есть **конкретная** модели теоретической системы.

4. «Сама модель считается верифицируемой (фальсифицируемой), если можно экспериментально подтвердить (опровергнуть) хотя бы часть ее понятий и высказываний (среди которых обязательно должно быть некоторое количество теорем). При этом модель считается **рабочей (работающей)** в области своего применения, если эксперимент подтверждает все верифицируемые предсказания этой модели, среди которых, как уже было сказано, находятся и выводные знания, носящие **предсказательный** характер»[13].



На рисунке «плюсом» помечены верифицируемые (наблюдаемые) понятия и теоремы. «Минусами» – ненаблюдаемые (виртуальные) понятия.

Возьмем действительную числовую ось. М**нимые числа на ней отсутствуют**. Однако существует теоретическая система, в которой с участием мнимых корней квадратного трехчлена можно найти абсциссу вершины соответствующей ему параболы. Эти мнимые числа никак не верифицируются и не наблюдаются на числовой прямой. Результат же их использования вполне наблюдаем на графике.

$y = x^2 - 6x + 11{,}25$. D = -9 $x_{1,2} = \dfrac{6 \pm 3i}{2}$ $x_v = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$

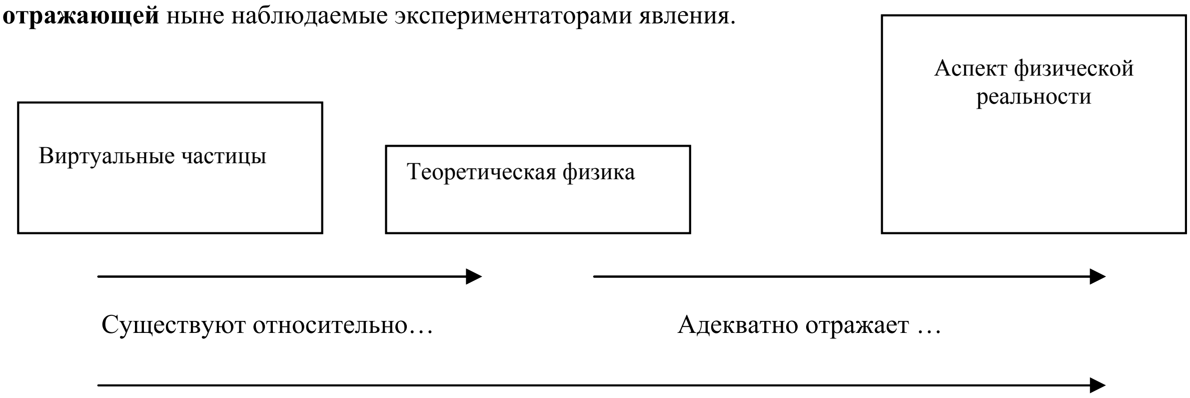
Итак, абсцисса вершины есть 6.

Аналогичным образом в физике вводятся виртуальные частицы, которые возникают в вакууме на время, недоступное для наблюдателя, и исчезают. Они не наблюдаемы в эксперименте, но необходимы в теоретических расчетах.

5. **«Критерием истины модели** является ее работоспособность в области своего применения. **Критерием же истинности элемента** системы (т.е. внутрисистемного высказывания) является его выводимость из аксиом (по правилам вывода). Таким образом, критерий истинности высказывания имеет **двучленный** вид[14]. Например, обычное, «логическое» **высказывание считается истинным относительно той или иной теоретической системы, а система - истинной по отношению к тому или иному аспекту действительности**. Высказывание «Солнце вращается вокруг Земли» остается истинным по отношению к системе Птолемея, а сама система истинна (адекватна) относительно видимых движений небесных тел на небосводе. И т.д. Л**юбое «логическое» высказывание является системным в том смысле, что установить его истинность можно лишь, соотнеся это высказывание с той или иной теоретической системой (системной моделью)»[15].**

Работа же теоретической системы представляется следующим образом: на «входе» в систему поставляются эмпирические данные, внутри ведется обработка (иногда – виртуальная), на выходе поставляются верифицируемые данные (т.е. экспериментально проверяемые). Если это не учитывать, то **можно впасть в ошибку, в своеобразный нигилизм по отношению к науке**, что иногда происходит даже с такими ее видными деятелями как академик Игорь Шафаревич, написавший буквально следующее: «Колоссальные успехи естественных наук были связаны с опорой на гипотезы, не только не извлеченные из опыта, но и принципиально непроверяемые. Типичный пример — это всем известный, так называемый первый закон Ньютона, на самом деле сформулированный впервые Декартом, согласно которому тело, на которое не действуют никакие силы, совершает равномерное и прямолинейное движение. Конечно, неограниченное прямолинейное движение предполагает бесконечное пространство, которое мы никак наблюдать не можем, как и тело, на которое не действуют никакие силы, мы также не можем наблюдать. Аристотель, например, посчитал бы подобные высказывания пустым набором слов, так как они утверждают нечто о том, чего нет».

Вернемся к примеру виртуальных частиц. Виртуальная частица является существующей **относительно теоретической системы,** а именно - теоретической физики. Теоретическая же физика является **адекватно отражающей** ныне наблюдаемые экспериментаторами явления.



1) **На изображенной модели I** большая стрелка показывает, что на вопрос: «Существуют ли виртуальные частицы в реальности? - есть только двучленный ответ – Существуют относительно теоретической физики, а она адекватно отражает реальность[16].

2) **Альтернативная модель II** будет выглядеть так:

Виртуальные частицы обладают **неким родом существования** в реальном мире.

Этим самым «двучленность» заменяется синтактической моделью, котоорая по форме выглядит одночленной, а по существу означает ту же самую двучленность[17].

3) **Третья модель** переходит к выяснению того, как сама **двучленность** выглядит в реальном мире.

Виртуальные частицы не наблюдаемы в реальном мире, но они «наблюдаемы» в теоретической физике, в которой с их помощью рассчитываются наблюдаемые процессы в реальном мире. Это должно иметь свою **первопричину в реальности.**

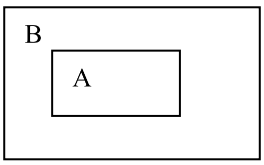
Есть некоторая **первопричина**, находящаяся в реальности, благодаря которой виртуальные частицы «работают» в теоретической физике. Эта первопричина и есть род существования виртуальных частиц.

Конкретизируем эту модель: мы несем тяжелую ношу и мысленно говорим себе: «Ну хотя бы кто-нибудь помог!». И вдруг некто невидимый взял ношу и понес ее (аналог виртуальных частиц или мнимых чисел в приведенных примерах). И хотя никаких иных наблюдаемых фактов присутствия этого «некто» не наблюдается, причину произошедшего мы охарактеризуем словами: «Мы его не видим, но этот некто каким-то образом существует – несуществующее не носит тяжести».

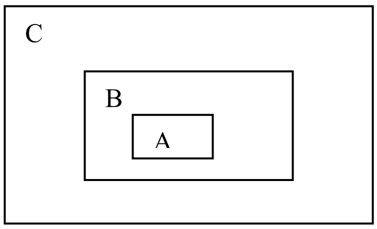
4) **Четвертая модель.** Есть некий аспект реальности, который в нынешней физике выражается виртуальными частицами, а в другой возможной теоретической системе выразится чем-то иным. В этом смысле виртуальные частицы существуют[18].

5) **Пятая модель**

Адекватность объекта А относительно В изобразим вложением.



Двучленность изобразится следующим образом



Например, А – высказывание, истинное в теоретической системе В.

В – теоретическая система, адекватная аспекту реальности А.

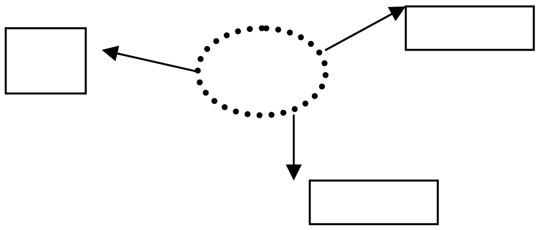
Тогда А по отношению к С двучленно истинен, обладает двучленной истинностью.

6. Абстрактные модели реальности подразумевают возможность различных интерпретаций в самой реальности. Поскольку абстрактные модели есть результат абстрагирования от вещей и их свойств, то **любая абстрактная модель отражает лишь одну какую-то сторону реальности.**

7. Другой принцип методологии предполагает, что задачи изучения и оперирования могут потребовать не одной, *а* нескольких **моделей**, освещающих объект **с разных сторон**. Это касается и тех «оригиналов» (референтов), которые недоступны непосредственному наблюдению/ изучению оперированию/, и могут быть **наблюдаемы только в своих моделях**.

Представим себе скульптуру, которую мы по каким-то причинам не можем наблюдать /например, мы живем в плоском пространстве и рельефность нам недоступна/. Фотография является одной из абстрагирующих моделей этой скульптуры. Для полноты представления о скульптуре недостаточно фотографий в анфас, нужно еще иметь фотографию в профиль, фотографию сверху. «Эти фотографии внешне противоречат одна другой, но внутреннего противоречия нет. Однако, внешнее противоречие может породить вопрос: «Какая же из них «истинная»? Какова скульптура "на самом деле"? Ответ может быть дан формулой: «Она не такая, как на первой, не такая «как на второй, но она такая, что может быть наблюдаема и на первой, и на второй фотографиях»[19].

Реальность, которую мы можем наблюдать только через модели (через теоретические системы в мире знаний либо через психофизиологические образы, получаемые через органы чувств), будем обозначать не прямоугольником, а кругом или овалом с пунктирными границами.



12. Примеры моделирования в различных областях человеческой деятельности.

1. **В качестве примера можно привести две модели светового явления: волновую и корпускулярную.** Метамодель говорит о том, что световой процесс выступает в качестве «рельефной модели», наблюдаемой на двух плоских «фотографиях». Причем, волновая теория понимается как модель светового явления, отражающая волновые его свойства (это как бы взгляд с одного направления), а корпускулярная – как модель, отражающая корпускулярные свойства (взгляд с другого направления).

2. Птолемей и Коперник.

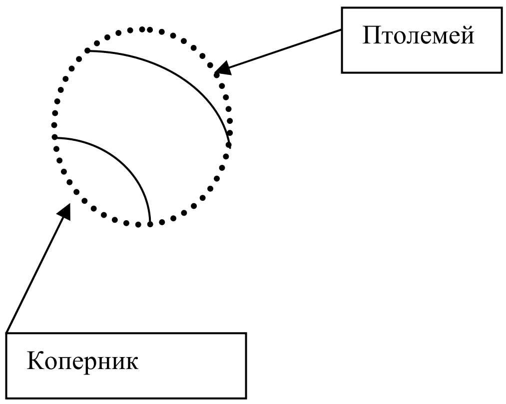
Система Птолемея утверждала, что все небесные объекты вращаются по неким идеальным сферам. Звезды вращались вместе с центральной небесной сферой вокруг Земли, планеты вращались, будучи прикрепленными к более мелким сферам, вокруг центров этих сфер, а сами центры при этом вращались, как и звезды, вместе с центральной небесной сферой. Сейчас кажется удивительной та точность, с которой древние астрономы вычисляли положение планет, пользуясь таким, казалось бы искусственным, построением. Потом на «смену» пришла теория Коперника, утверждавшая, что Земля вращается вокруг Солнца.

Затем – теория относительности Эйнштейна, согласно которой одинаково верны положения: «Земля вращается вокруг Солнца» и «Солнце вращается вокруг Земли».

Истинное взаимоотношение между этими системами можно понять только на основе теории моделирования.

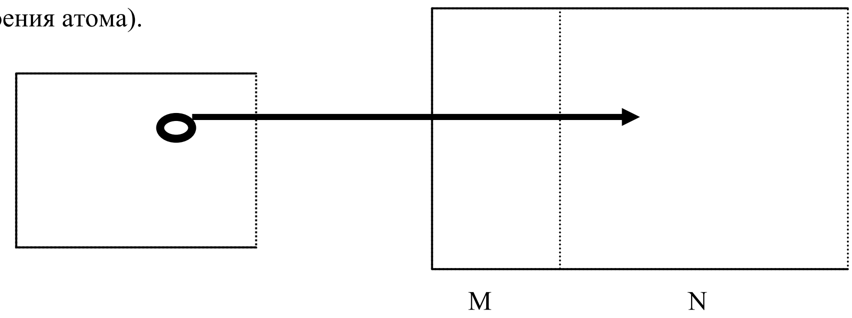
Каждая из выше обозначенных моделей отражает свою часть истины. Иначе говоря, каждая модель удачно описывает лишь свою область применения. Так система Птолемея, претендовавшая ранее на всю полноту описания космологических процессов, теперь претендует только на описание видимых движений небесных светил. Тем самым **область применения** этой системы оказалась **точно определена**. И до сих пор астрономы рассчитывают положение небесных светил не на основе системы Коперника, а на основе Птолемеевской системы. Небесные же сферы имеют теперь не физическое, а математическое толкование: они являются членами рядов Фурье, с помощью которых и производятся расчеты. В настоящее время для более точных расчетов могут быть взято большее количество членов ряда Фурье[20].

Космические полеты предполагают использование системы Коперника, а космологические расчеты предполагают уже систему Эйнштейна. Значит, каждая из систем продолжает работать в своей области применения.



3. Таблица Менделеева.

Таблица Менделеева является не только описательной моделью химических элементов, но и **предсказательной** моделью. Она явилась основой и для другой, объяснительной модели (на основе теории строения атома).



Физическая реальность разбита в метамодели на части M и N. Часть N подразумевает ту область реальности, объекты и свойства которой экспериментально еще не установлены. Таблица Менделеева предсказывает верифицируемый результат **из этой неизведанной области. А именно – таблица предсказывает новые химические элементы. И их свойства.** Таким образом, таблица Менделеева носит **предсказующий** характер. Экспериментальное подтверждение этих предсказаний (прогнозов) и является подтверждением ее адекватности по отношению к реальности.

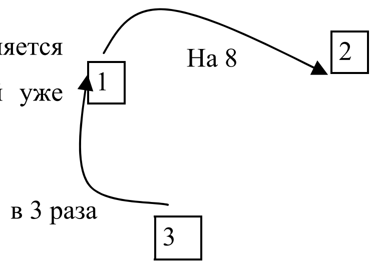
4. Учебный процесс в начальной школе.

Решаем уравнение **135,5х = 542**. Первый этап – алгебраическое (**абстрагирующее)** моделирование, в результате получается **стандартная** модель **ах = в.** Желательно, чтобы эта абстрактная модель была «слиянной», т.е. зрительно накладывалась на данное уравнение. Второй этап - конкретизирующее, числовое моделирование. Допустим, что одна из полученных моделей это « 2·3=6» (стандартная модель, которую пространственно следует располагать в том же поле зрения, что и данное уравнение). Перечеркивая с помощью Х сомножитель «3», ученик без особых трудов восстанавливает правило нахождения неизвестного сомножителя.

5. Графовые модели. Рассмотрим простейший пример.

Задача задана следующей вербальной моделью (оригиналом): «Первое число на 8 больше второго и в три раза меньше третьего. Найти числа, если их сумма равна 42».

Для ее решения составляется графовая модель, по которой уже нетрудно составить уравнение.



6. Алгебраическое выражение и числовое моделирование.

Рассмотрим выражение $(a\text{-}c)^2\text{-}(b\text{-}5)^2$. Если ограничиться последним действием в составе этого выражения, получим числовую модель вида: 7-2 (смешанное моделирование: отвлекаемся от всех действий, кроме последних, и приписываем числовой материал). Моделируя два уровня глубины, получим числовые модели вида $7^2\text{-}2^2$. И т.д. Числовые модели могут быть заменены алгебраическими: x-y; $x^2\text{-}y^2$, что упрощает преобразование несколько громоздкого выражения $(a\text{-}c)^2\text{-}(b\text{-}5)^2$. Очень важно такие операции моделирования производить самостоятельно. Они помогают находить правильные решения.

При составлении уравнений в процессе решения текстовых задач тоже не обойтись без числового моделирования. Например, в задаче сказано, что две машины вышли навстречу друг другу с разрывом в два часа, а затем встретились. Для правильного составления «уравнения встречи» необходимо числовое моделирование (конкретная модель).

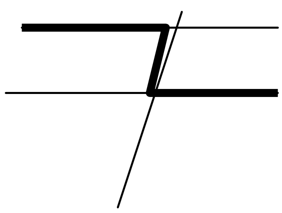
Допустим, одна машина вышла в 13 часов, другая – в 15. встретились в 18 часов. Рассматривая эту числовую модель, нетрудно будет составить уравнение встречи в общем виде.

7. Динамическое моделирование. Динамическое моделирование предполагает в качестве модели конкретный вид движения или вообще какого-либо изменения. Например, компьютерная программа решения квадратного уравнения является одной из **стационарных** моделей процесса решения. Процесс же вычислений в системном блоке является одной из **динамических** моделей процесса решения. Так что полный процесс решения есть последовательность использования различных моделей: стационарных и динамических. Это происходит и при «безмашинных» вычислениях.

8. **Динамические модели удобны и в других случаях.** Например, одна из динамических моделей формулы «квадрат суммы» представляет из себя: 1)постукивание 2 раза по первому слагаемому (что соответствует его квадрату), 2) два постукивания по второму (соответствует еще одному квадрату), 3) три постукивания: по первому, по второму и по показателю (соответствует удвоенному произведению). Это позволяет быстро разучить формулу, а учителю быстро проверить ее.

9. Буквенное моделирование расположения углов.

В качестве моделей внутренних накрест лежащих и соответственных углов можно выбрать латинские буквы Z и F[21]. Эти модели позволяют очень быстро находить на чертеже внутренние накрест лежащих и соответственные углы.

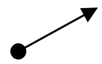


10. Графические, графовые, табличные модели задач на движение.

Текстовые задачи являются вербальными моделями каких-то реальных процессов. Для их решения задача должна быть, как правило, представлена моделью-уравнением или моделью-системой уравнений. Чтобы составить такую модель, можно использовать промежуточные модели: табличную, графическую или, после введения индексов, - символическую модель.

11. Вектор.

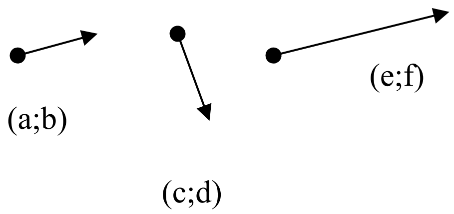
В качестве модели вектора может быть взят направленный отрезок. Вектор получается через абстрагирование (отвлечение) от всех свойств направленного отрезка , кроме его направления и длины [22].



Второй моделью вектора (на плоскости) является координатная форма задания вектора в сочетании с законами равенства и действий над векторами.

Обе модели имеют немалое практическое значение. При решении всевозможных задач приходится переходить от одной из этих моделей к другой.

Любую пару, тройку, четверку величин можно принять за вектор, если определены сложение векторов, умножение вектора на число …, причем таким образом, что выполняются все известные векторные законы и сложения, умножения, равенства. Эта возможность широко используется в физике, и механике. Например, преобразование плоской механической системы, состоящей из трех точек может быть записана вектором с 6 координатами, т.е. шестимерным вектором (a, b, c, d, e, f)



И вообще вектор имеет множество интерпретаций: это и перемещение, и скорость, и сила, и импульс, и т.д.

10. Точка Мы уже говорили о моделях точки. Что же дают все эти модели в плане программы изучения и преобразования объекта – оригинала.

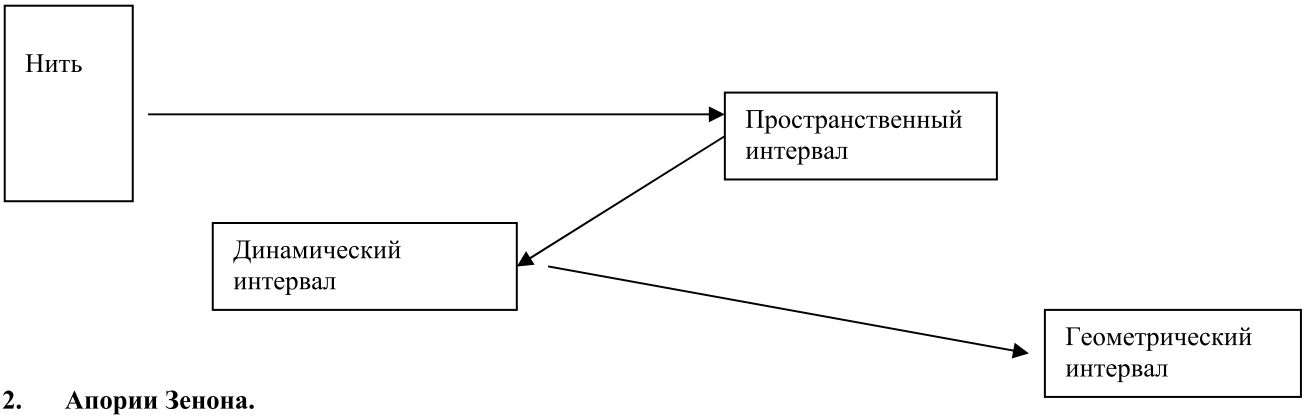
Кинематическая и пространственная модели являются источником гипотез по отношению к **геометрической** системе, а также помогают в поиске зависимостей между геометрическими величинами и в поиске доказательства выдвинутых гипотез.

Одушевленная модель может быть эффективно применена в программе ознакомления: например, «разумно движущиеся точки» являются хорошей иллюстрацией различных видов точечных преобразований, оживляют обстановку, позволяет привлечь внимание учащихся, для которых математика "бесчеловечна, суха, неодушевленна", но самое главное состоит в том, что дальнейшее конкретизирующее моделирование одушевленных точек позволяет в качестве моделей использовать человека /в том числе -ученика/,тем самым используя богатый детский жизненный опыт и порождая множество ассоциаций.

11. Интервал и отрезок[23].

Рассмотрим теперь понятие пространственного интервала. Возьмем тонкую нить за концы. Натянем ее, отвлечемся от всех физико-химических и ценностных свойств, а также от толщины нити. Получим (на уровне сознания) пространственный отрезок или интервал – на этом уровне между отрезком и интервалом нет различия. Будем двигаться кончиком карандаша по этому пространственному интервалу (эмпирически – по его модели). Сделав остановку внутри этого интервала, получим точку, «лежащую» на этом интервале («принадлежащую» этому интервалу). Кончик карандаша выступает здесь как одна из моделей пространственной точки. Для того чтобы образовать из **пространственного** интервала **геометрический интервал** и **геометрический отрезок**, придется оснастить пространственный интервал законом движением по нему. Если этот закон (1) таков, что позволяет зайти на любой конец пространственного интервала и остановиться на нем, то мы получаем отрезок (он состоит из внутренних и конечных точек). Если же приписанный закон (2) движения таков, что на концах отрезка останавливаться не разрешается (а можно ли зайти, не останавливаясь? – этот вопрос выходит за рамки данной статьи), то мы получаем геометрический интервал, который состоит только из своих внутренних точек.

Уже пространственный интервал невозможен без динамики в широком смысле этого понятия – речь идет о натяжении нити. Тем более, невозможно без динамики (движения) дать конструктивно-эмпирическое определение «принадлежности». Итак, «геометрический интервал = пространственный интервал + закон движения$_2$». Если подробнее, то:



12. Апории Зенона.

Динамические напряжения, лежащие в основе геометрических моделей, дают возможность разобрать взаимосвязь пространственных отношений с физическими свойствами материи, заполняющей пространство. С точки зрения динамических моделей, отрезок **не из точек состоит, а из остановок и движений**, а на несколько ином модельном уровне – **из точек и интервалов.** Отрезок же, **состоящий из точек** – это иная модель. Разница между этими моделями и выражается в апориях Зенона. **Динамическая модель снимает эти трудности.** Например, зрительно равные интервал и отрезок (т.е. равные на уровне зрительных статичных моделей) становятся различными, если интерпретировать точку как остановку в движении. Если закон движения позволяет заходить на концы геометрической натянутой нити, то получаем отрезок. Если же нить оснащена иным законом, позволяющим приближаться к концам, и запрещающим на них заходить, то получаем интервал.

С этих же позиций, обратившись к апориям Зенона, рассмотрим вопрос о дискретности пространства и времени. Феноменологически все эти апории идентичны между собой, поскольку вызывают один и тот же феномен человеческого сознания. Рассмотрим их на системном уровне, взяв в качестве представителя апорию «Ахиллес и черепаха».

Произведем очередную реконструкцию этой апории. Возьмем на координатной оси точку А – Ахиллес и точку Ч – черепаха. Оба бегут в положительном направлении с привычными для них скоростями. Когда Ахиллес (не останавливаясь) окажется в точке Ч, черепаха окажется (не останавливаясь) в точке Ч$_1$. Когда Ахиллес окажется в точке Ч$_1$, черепаха окажется в некоторой точке Ч$_2$. И так до бесконечности. Вопрос: на каком шаге Ахиллес догонит черепаху, т.е. окажется в той же точке, что и черепаха? Ответ очевиден: **ни на каком**. И уже напрашивается вывод: Ахиллес **никогда** не догонит черепаху. Вот в этом-то «**никогда**» и заключено лукавство, ибо термин «никогда» позволяет трактовать себя не только как «**ни на каком шаге**», но и как «**ни в какой момент времени**». На самом же деле, если считать, например, скорость Ахиллеса равной 1ед/с, а скорость черепахи – 0,5ед/с, то, составив обычное алгебраическое уравнение, либо производя суммирование всех времен, которые тратит Ахиллес, пробегая от одной точки до другой (по формуле суммы убывающей геометрической прогрессии), мы получим, что утверждение «Ахиллес никогда не догонит черепаху» в точном переводе на временной язык звучит так: «Ахиллес никогда не догонит черепаху **за время меньшее двух секунд** после начала состязания»! И уже не сама апория, а математические выкладки подскажут нам, что ровно через две секунды Ахиллес окажется в той же точке, что и черепаха. И никакого противоречия с опытом! Парадоксальность снята, противоречия в теории нет.

Однако, противоречия вновь появляются, как только мы выходим за пределы математики и входим в психофизиологическую область. Бесчисленное множество промежутков времени и пространственных интервалов оказалось конечным, но **количество шагов по-прежнему является бесконечным**.

Несмотря на все вышеприведенные расчеты, невозможно представить себе, что при движении можно «пережить» это бесчисленное множество шагов, наблюдая ее не извне, а **изнутри самой точки**. Т.е., то, что возможно в математическом плане, оказывается невозможным в психофизиологическом[24]. Кроме того, теория относительности Эйнштейна переводит этот парадокс в физическую плоскость. **Сумма внутренних времен равна числу шагов**, поэтому время, за которое Ахиллес догонит черепаху, устремляется в бесконечность. **И снова – парадокс, только на ином, более высоком уровне.**

Главной причиной последнего парадокса является теоретико-множественная модель интервала, в которой интервал состоит из бесчисленного множества точек. Бесчисленное количество точек геометрического интервала являются **виртуальными** элементами этого интервала как модели. Парадокс возникает, когда эта модель навязывается реальной действительности как полностью верифицируемая модель: т.е., когда виртуальные элементы представляются верифицируемыми.

Обратимся к пространству. Модели пространства аналогичны моделям точки: 1) **геометрическое пространство** - состоит из геометрических точек, над которыми установлены правила игры, записанные в аксиомах, 2) **собственно пространство** (статичное пространство, которое используется повсеместно) - состоит из пространственных точек, 3) **кинематическое пространство** (пространство перемещений) - состоит из кинематических, перемещающихся точек, 4) **динамическое пространство** - состоит из материальных точек, 5) **реальное пространство** - состоит из движений реальных тел.

Таким образом, результатом наших рассуждений является то обстоятельство, что **на уровне геометрического пространства мы разрешили парадокс, а на уровне пространственном он вновь возник**. Можно ожидать, что решению на пространственном уровне будет соответствовать появление парадокса на кинематическом уровне. И так далее, пока не окажемся на пространственном уровне.

Итог наших рассуждений состоит в том, что геометрический интервал является лишь одной из моделей пространственного интервала. Ее одной недостаточно для описания всех особенностей движения по этому интервалу. Для объяснения психофизиологического парадокса необходима другая (кинематическая и далее – динамическая, и далее…) модель движения, которая не отменит первую, а посмотрит на пространство с иной стороны[25].

Одной из таких моделей (на пространственном уровне), является модель, предложенная в статье «Апории Зенона и проблемы пространственно-временного континуума» (Труды РФО, Москва, №1, 2005 г.).

В этой модели время рассматривается как совокупность разноуровневых потоков времени (с разной «длиной волны», разными корпускулами), при этом движение точки тоже рассматривается как многоуровневое: разные ее аспекты перемещаются в разных потоках времени. Это позволяет снять парадоксальность апорий Зенона на пространственном уровне, перемещая ее на более высокие.

13. **Рассмотрим часто встречающийся частный вид моделирования смешанного моделирование** [26] .

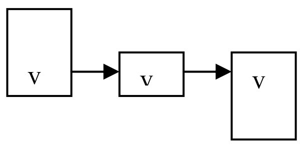
Суть его заключается в том, что мы берем объект и **переименовываем** его элементы и предикаты **на язык 2-го объекта**, чтобы при этом получились имена тех элементов и предикатов этого 2-го объекта, которые нас особенно интересуют. Если свойства 2-го объекта **будут соответствовать** соответствующим свойствам первого, то можно считать, что мы осуществили моделирование 2-го объекта (**оригинала**) с помощью первого (**модели**).

Например, называя каждую **точку** единичного открытого круга **точкой плоскости Лобачевского**, а каждую его **хорду** – **прямой плоскости Лобачевского,** вводя аналогичным образом вводя понятия принадлежности, движения, равенства … , добиваемся того, что получаем плоскость, на которой **выполняются аксиомы** геометрии Лобачевского.

Это значит, на единичном открытом круге мы построили **модель** геометрии Лобачевского (модель Кэли-Клэйна). Поскольку плоскость Лобачевского изначально носила умозрительно-физический характер (мы зрительно отождествляли ее с обычной плоскостью) и мы сначала заменили ее вербальной моделью (т.е. геометрией Лобачевского как теоретической системой), то тем самым мы произвели абстрагирующее моделирование. Затем вербальную модель преобразовали в **структуру единичного круга.** Это уже конкретизирующее моделирование.

В итоге мы получили смешанное моделирование. Характерной его чертой является **отсутствие отвлечения от элементов и предикатов.** Единственно от чего происходит отвлечение, так это от **невербального** материала этих элементов и предикатов (при наличии взаимно однозначного соответствия).

Моделирование изобразится равными по высоте прямоугольниками, не имеющими общей материальной части, за исключением вербальной, которую мы обозначаем как v.



14. Компьютерное моделирование.

Компьютерное моделирование включает в себя создание математической или иной модели с последующим составлением компьютерной программы. Затем идет работа этой программы на компьютере при заданных параметрах. После чего дается истолкование полученных результатов.

Компьютерное моделирование может иметь различное назначение. Например: компьютерное моделирование экономики производится для понимания причинно- следственных связей в экономике, прогнозирования, планирования, принятия решений менеджерами.

Тематика же моделирования охватывает: исследование процессов рыночного равновесия, проектирование оптимальной ставки налогообложения бизнеса, анализ динамики циклов и кризисов, оптимальное планирование в фирмах, банках, страховых компаниях и пенсионных фондах. Модели реализованы на персональных компьютерах в популярных программных системах финансистов Excel, Matlab и SIMULINK, а также Project Expert.

Широко распространены компьютерные программы создания собственного обстановки в квартире, стиля причесок, имиджа. Множество моделей для изучения физических, технологических процессов, движения планет в Солнечной системе, работы человеческого сердца. И т.д., и тому подобное. Компьютерное моделирование набирает темпы.

Многие историки тоже занимаются моделированием исторических процессов (в том числе - компьютерным) с целью их реконструкции и изучения проблемы вариативности исторического развития[27]. Моделирование может применяться и в учебных целях — для уяснения закономерностей исторических процессов и влияния случайных факторов на их развитие и исход[28], а также для обучения методике проведения экспериментов на моделях. «Исторические процессы мало поддаются алгоритмизации, их компьютерное моделирование требует создания дорогостоящего программного обеспечения. Но выход из этой ситуации есть. Историческую модель можно реализовать в форме имитационной (деловой) игры, подобно модели социологической Основное достоинство таких игр в том, что они наглядно демонстрируют причинно-следственные связи и позволяют проследить изменения моделируемого процесса в зависимости от исходных данных и влияния случайных факторов».

Существует группа игр, построенных на историческом материале: “1944”, “Геттисберг”, “Аустерлиц”, “Третий Рим” и т.п.[29] . Это уже готовые модели; роль играющего сводится к привнесению “фактора случайности” и отслеживанию его воздействия на ход процесса.

Особый интерес представляет самостоятельное создание исторической модели обучающимися. Для этого можно использовать “Map editor” (“Редактор карт”), входящий в комплект игры “Civilization II”[30]. Он позволяет создать достаточно реалистическую карту местности, смоделировать соотношение сил участвующих сторон —

как количественное, так и качественное, общий уровень их экономического и научного развития, международные отношения (союзнические, враждебные, нейтральные). Можно моделировать как события небольшого масштаба, например, отдельные сражения, так и глобальные процессы[31].

После завершения эксперимента его результат сопоставляется с выдвинутой гипотезой, ход эксперимента анализируется и определяются причины, приведшие к подтверждению или опровержению гипотезы.

III. Заключение

Итак, мы дали вербальную и графическую систематизацию отобранного материала (графическая систематизация сконструирована авторами).

Мы рассмотрели:

- понятие модели и моделирования, ввели понятие субстанции;
- классификацию моделей по роду их существования и предназначению;
- рассмотрели абстрактные, конкретные и смешанные модели с графическим их отображением и иллюстрацией на примерах;
- выявили многозначность процесса моделирования и ввели понятия стандартной модели и целостной системы моделей;
- рассмотрели приложение теории моделей к теории познания;
- рассмотрели несколько приложений в области математики и других наук.

Из проделанной работы очевидно, что моделирование имеет весьма широкое поле деятельности: область логики, семантики, гносеологии, методологии науки. С его помощью формируются критерии истины, осознается системный и многомодельный подходы к изучению реального мира, осознается все богатство его взаимосвязей, происходит синтез различных областей познания. Поскольку все науки (не только математика) используют различные эвристические, объяснительные, интерпретирующие, предсказательные теоретические модели, изучают взаимозависимость различных явлений в своей области познания, то динамическое моделирование является общим методом всех наук, специфически проявляясь в каждой из них. Среди назревших проблем современного моделирования – создание моделей (прежде всего – компьютерных) различных сложных процессов, происходящих в среде обитания: модели погоды, климата, океанских течений, распространения инфекций и т.п. Недавно в печати прозвучало сообщение, что ученые пытаются создать модель катастрофы, унесшей жизнь принцессы Диан, чтобы с помощью этой модели ответить на многие интересующие общественность вопросы. Таким образом, мы видим, что моделирование повсеместно вторгается в нашу жизнь. Это касается абстрагирующих процессов моделирования.

Что касается конкретизирующих моделирований (интерпретаций), то можно обратить внимание на то обстоятельство, что многие математические системы еще не находят своего практического применения, например, теория чисел и многие другие алгебраические теории.[32] Так когда-то было и с теорией групп, неожиданно нашедшей применение в квантовой физике, и с булевой алгеброй, нашедшей применение в компьютерах[33]. Так, рано или поздно, произойдет с другими, пока еще невостребованными практикой, абстрактными теориями.

Следующий круг проблем, как нам кажется, связан с использованием понятий модели и моделирования в учебном процессе в средней и, быть может, в начальной школе. «Как показывают эксперименты, **явное введение в содержание образования понятий модели** в научном познании существенно меняет отношение учащихся к самому учебному процессу, делает их деятельность более осмысленной и продуктивной…. Исследования показали также возможность овладения методом моделирования учащихся младшего школьного возраста», - Л.М. Фридман[34]. Предложенная нами модель процесса моделирования (метамодель), с одной стороны, могла бы помочь заинтересованным учащимся в дальнейшей разработке этой темы, с другой стороны, нуждается в дальнейшем совершенствовании, с тем, чтобы охватить основные моменты отмеченного процесса.

Кроме того, моделирование имеет и общефилософское значение. Теория моделей показывает, как происходят научные революции, когда на смену одних парадигм[35] приходят другие и одни модели заменяются другими, но лишь в том смысле, что прежние модели не отвергаются, а лишь более точно очерчивают области своего применения. Новые же модели начинают работать в новых областях действительности.

Непонимание этого вызывает волну нигилизма по отношению к науке. Лишь модельный подход к научным революциям прививает уважение к науке и, тем самым, имеет большое мировоззренческое значение.

Литература:

1. Моделирование и философия, монография В. А. Штофа, посвященная вопросам моделирования в теории познания, Наука, 1966 г.
2. Моделирование как предмет философского исследования, Вопроси философии, 4 – 67 г.
3. Гносеологические проблемы моделирования, В.А. Андреев, Наука, 1980 г.
4. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе, Л.М. Фридман, психологическая наука учителю, 1978 г.
5. Сущность математического моделирования, Философские науки, 1 – 1982 г.
6. Структура научных революций, Д. Кун, Философские науки, 2 – 77 г.
7. О критериях фундаментальности научных революций /по Куну и Попперу/, Философские науки 5- 1982 г..
8. Логическая физика А.А. Зиновьев, изд. Наука, 1972г,
9. Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
10. Элементы содержательной геометрии и экспериментальная работа в 5 – 6 – х классах средней школы, Опыт, проблемы и перспективы дифференциации математического образования, Самара, 1996 г.
11. Первоначальные понятия геометрии, Е.М. Гуреев, Опыт, проблемы и перспективы дифференциации математического образования, Самара, 1996 г.
12. Использование динамического моделирования математических объектов, Е.М. Гуреев, творческий отчет, г. Чапаевск, 2002 г.
13. Динамического моделирования математических объектов как средство развития интуиции, логического мышления и интеграции знаний, Е.М. Гуреев, Мир образования – образование в мире, Москва, 4 – 2005 г.
14. www.samtel.ru/~school21, проект 2000, Е.М. Гуреев
15. Системы и модели, Ю.А. Шрейдер, Москва, Радио и связь, 1982 г.
16. Математика и семантика Д. А. Рвачев, Киев, 1966г.
17. Логика Науки, А. А Зиновьев, Мысль, 1971 г
18. Становление и сущность системного подхода И.В. Блауберг, Наука, 1993 г..
19. Философские проблемы пространства и времени, А. Грюнбаум, Прогресс, 1969 г.
20. Анри Пуанкаре о науке, Наука, 1983 г.
21. Проблемы логики и методологии познания И.Д. Андреев, Наука, 1992 г.
22. Андреев А.Ю., Бородкин Л.И., Левандовский М.И. Синергетика в социальных науках: дискуссии о путях развития // Информационный бюллетень Ассоциации “История и компьютер”, № 23, март 1998.s М.: Мосгорархив, 1998. С. 6-8.
23. Аникеев И.А., Брановский Ю.С. Количественные методы и информационные технологии в обучении истории.— Ставрополь, изд-во СГПУ, 1996. С. 48-49.
24. Алексушин Г.В. Компьютерные программы в преподавании истории // Преподавание истории в школе, 1994, № 5. С. 35-38

Ссылки:

[1] Моделирование как предмет философского исследования, Вопроси философии, 4 – 67 г.
[2] Сущность математического моделирования, Философские науки, 1 – 1982 г.
[3] Моделирование и философия, монография В. А. Штофа, посвященная вопросам моделирования в теории познания, Наука, 1966 г.
[4] Моделирование и философия, монография В. А. Штофа, посвященная вопросам моделирования в теории познания, Наука, 1966 г.
[5] Моделирование и философия, монография В. А. Штофа, посвященная вопросам моделирования в теории познания, Наука, 1966 г.
Гносеологические проблемы моделирования, В.А. Андреев, Наука, 1980 г.
[6] Использование динамического моделирования математических объектов, Е.М. Гуреев, творческий отчет, г. Чапаевск, 2002 г.
Динамического моделирования математических объектов как средство развития интуиции, логического мышления и интеграции знаний, Е.М. Гуреев, Мир образования – образование в мире, Москва, 4 – 2005 г.
[7] Использование динамического моделирования математических объектов, Е.М. Гуреев, творческий отчет, г. Чапаевск, 2002 г.
Динамического моделирования математических объектов как средство развития интуиции, логического мышления и интеграции знаний, Е.М. Гуреев, Мир образования – образование в мире, Москва, 4 – 2005 г.
[8] Использование динамического моделирования математических объектов, Е.М. Гуреев, творческий отчет, г. Чапаевск, 2002 г.
Динамического моделирования математических объектов как средство развития интуиции, логического мышления и интеграции знаний, Е.М. Гуреев, Мир образования – образование в мире, Москва, 4 – 2005 г.
[9] Использование динамического моделирования математических объектов, Е.М. Гуреев, творческий отчет, г. Чапаевск, 2002 г.
Динамического моделирования математических объектов как средство развития интуиции, логического мышления и интеграции знаний, Е.М. Гуреев, Мир образования – образование в мире, Москва, 4 – 2005 г.
[10] Элементы содержательной геометрии и экспериментальная работа в 5 – 6 – х классах средней школы, Опыт, проблемы и перспективы дифференциации математического образования, Самара, 1996 г.
[11] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[12] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[13] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[14] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[15] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[16] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[17] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[18] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[19] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[20] Становление и сущность системного подхода И.В. Блауберг, Наука, 1993 г..
[21] Элементы содержательной геометрии и экспериментальная работа в 5 – 6 – х классах средней школы, Опыт, проблемы и перспективы дифференциации математического образования, Самара, 1996 г.
Первоначальные понятия геометрии, Е.М. Гуреев, Опыт, проблемы и перспективы дифференциации математического образования, Самара, 1996 г.
[22] Первоначальные понятия геометрии, Е.М. Гуреев, Опыт, проблемы и перспективы дифференциации математического образования, Самара, 1996 г.
Системы и модели, Ю.А. Шрейдер, Москва, Радио и связь, 1982 г.
Математика и семантика Д. А. Рвачев, Киев, 1966г.
[23] Первоначальные понятия геометрии, Е.М. Гуреев, Опыт, проблемы и перспективы дифференциации математического образования, Самара, 1996 г.
[24] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[25] Парадоксы Зенона и проблемы пространственно-временного континуума, Е.М. Гуреев, Труды РФО, 1 – 2005 г.
[26] Использование динамического моделирования математических объектов, Е.М. Гуреев, творческий отчет, г. Чапаевск, 2002 г.
Динамического моделирования математических объектов как средство развития интуиции, логического мышления и интеграции знаний, Е.М. Гуреев, Мир образования – образование в мире, Москва, 4 – 2005 г.
[27] Андреев А.Ю., Бородкин Л.И., Левандовский М.И. Синергетика в социальных науках: дискуссии о путях развития // Информационный бюллетень Ассоциации “История и компьютер”, № 23, март 1998.s М.: Мосгорархив, 1998. С. 6-8.
[28] Аникеев И.А., Брановский Ю.С. Количественные методы и информационные технологии в обучении истории.— Ставрополь, изд-во СГПУ, 1996. С. 48-49.

[29] Алексушин Г.В. Компьютерные программы в преподавании истории // Преподавание истории в школе, 1994, № 5. С. 35-38
[30] Алексушин Г.В. Компьютерные программы в преподавании истории // Преподавание истории в школе, 1994, № 5. С. 35-38
[31] Алексушин Г.В. Компьютерные программы в преподавании истории // Преподавание истории в школе, 1994, № 5. С. 35-38
[32] www.samtel.ru/~school21, проект 2000, Е.М. Гуреев
[33] Проблемы логики и методологии познания И.Д. Андреев, Наука, 1992 г.
[34] Психолого-педагогические основы обучения математике в школе, Л.М. Фридман, психологическая наука учителю, 1978 г.
[35] Структура научных революций, Д. Кун, Философские науки, 2 – 77 г.
О критериях фундаментальности научных революций /по Куну и Попперу/, Философские науки 5- 1982 г..